

## تعیین نرخ بازده انتظاری اوراق بهادار فاجعه‌آمیز با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی

مصطفی گرگانی فیروزجاه

کارشناس ارشد مهندسی مالی (نویسنده مسئول)  
mostafa.gorgani.mfe@gmail.com

علی پیروی

کارشناس ارشد مهندسی مالی  
peyravi\_ie@yahoo.com

یکی از ابزارهای بسیار مؤثر برای پوشش ریسک حوادث فاجعه‌آمیز که به‌طور گسترده در جهان مورد استفاده قرار می‌گیرد اوراق قرضه فاجعه‌آمیز می‌باشد. هدف از این مقاله، تعیین نرخ بازده انتظاری بهینه‌ای برای این اوراق است که برای خریداران این اوراق جذابیت داشته باشد. بنابراین، با استفاده از داده‌های بیمه آتش‌سوزی در دوره زمانی (۱۳۸۸ - ۱۳۲۸) به بررسی رویکرد فراتر از آستانه برای اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر اوراق بهادار فاجعه‌آمیز پرداخته شده است. مقدار آستانه  $u$  با استفاده از تقریب توانی نرمال انتخاب شده و تفاوت میان  $u$  و  $VaR$  بالاتر از آستانه به‌عنوان ریسک اوراق بهادار فاجعه‌آمیز انتخاب شده است. سپس با در نظر گرفتن فرصت‌های سرمایه‌گذاری آلترناتیو نظیر بورس اوراق بهادار تهران، طلا و املاک و مستغلات به تعیین نرخ بازده انتظاری بهینه این اوراق بهادار پرداخته شده است. ریسک هر یک از فرصت‌های سرمایه‌گذاری فوق بر اساس مدل  $GARCH$  چندمتغیره محاسبه شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که نرخ بازده انتظاری این اوراق می‌بایست حداقل برابر ۲۹/۳۲ درصد باشد.

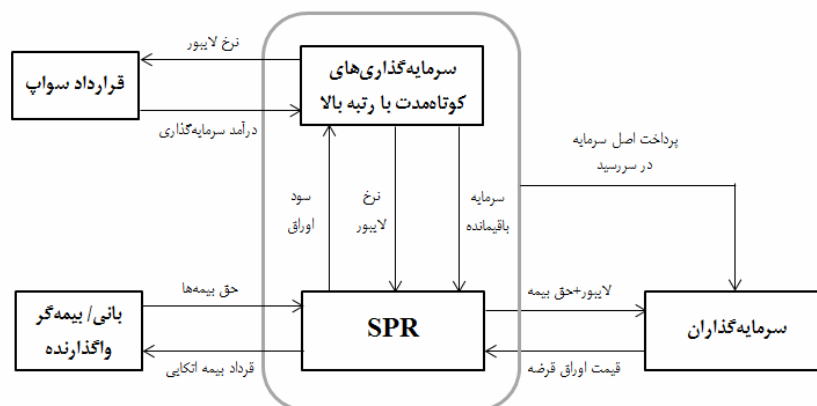
طبقه‌بندی JEL: C14, C18, C210, C220, C580, C880, G220

واژه‌های کلیدی: اوراق بهادار فاجعه‌آمیز،  $GARCH$  چندمتغیره، نظریه مقدار کرانی، توزیع پارتو تعمیم‌یافته، شبیه‌سازی بوت/استرپ.

## ١. مقدمه

در حال حاضر بازار اوراق قرضه فاجعه‌آمیز<sup>۱</sup> یک منبع پایدار ایجاد ظرفیت برای بیمه‌گران اولیه و بیمه‌گران اتکایی در دنیا می‌باشد. این بازار به‌طور پایداری در حال رشد بوده و رکوردهای جدیدی را برای حجم صدور بازار در سال‌های اخیر ثبت کرده است. اوراق قرضه مذکور اغلب به‌عنوان یک مکانیزم تأمین مالی برای سوانح طبیعی بزرگ مانند زلزله، سیل و غیره عمل می‌کنند (کومینس و ماهول، ۲۰۰۹).

ساختار متداول این اوراق در نمودار (۱) نشان داده شده است. معامله با ایجاد یک بیمه گر اتکایی با هدف خاص (SPR)<sup>۲</sup> آغاز شده که اوراق قرضه را برای سرمایه گذاران صادر می کند. عایدی های حاصل که معمولاً در سرمایه گذاری های کوتاه مدت مطمئن سرمایه گذاری می شوند در یک حساب امانی<sup>۳</sup> نگهداری می شوند. درون اوراق قرضه فاجعه آمیز یک اختیار معامله خرید<sup>۴</sup> تعبیه شده که با وقوع یک حادثه از پیش تعیین شده عایدی های حاصل از این اوراق از SPR آزاد شده تا به بیمه گر برای پرداخت خسارت کمک کنند (باریو و آلبرتینی، ۲۰۰۹).



نمودار ۱. ساختار متداول اوراق قرضه فاجعه آمیز

1. Catastrophe Bonds
2. Special Purpose Reinsurance
3. Trust Account
4. Call Option

از آنجا که بیمه حوادثی مانند زلزله، طوفان، سیل و غیره در ایران جزئی از بیمه‌نامه آتش‌سوزی می‌باشد، از این رو در این مقاله به بررسی تعیین نرخ بازده انتظاری مناسب اوراق قرضه فاجعه‌آمیز در صنعت بیمه آتش‌سوزی پرداخته خواهد شد. در واقع، هدف اصلی این مقاله آن است که نرخ بازده انتظاری مناسب و بهینه از دید خریدار اوراق تعیین گردد. در این راستا، ابتدا با روش‌های جدید اندازه‌گیری ریسک به تعیین ریسک خسارت‌های فاجعه‌آمیز پرداخته و در ادامه نرخ بازده فوق برای صنعت بیمه آتش‌سوزی محاسبه خواهد شد (گرگانی فیروزجاه، ۱۳۹۰).

## ۲. مروری بر مطالعات پیشین

در مقالات لاتین اگرچه تحقیقات متعدد و چشمگیری در زمینه ارزش‌گذاری اوراق قرضه فاجعه‌آمیز وجود دارد، اما کمتر به ارزش‌گذاری آنها با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی<sup>۱</sup> پرداخته شده است. در این بخش به بررسی مطالعات انجام شده در دو محور پرداخته می‌شود: بررسی مطالعات انجام گرفته برای ارزش‌گذاری اوراق قرضه فاجعه‌آمیز از طریق نظریه مقدار کرانی و بررسی مطالعات انجام شده در تخمین ارزش در معرض ریسک<sup>۲</sup> با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی.

چن و کومینس (۲۰۱۰) به بررسی صرف ریسک‌های اوراق قرضه طول عمر<sup>۳</sup> با رویکرد مقدار کرانی و قیمت‌گذاری فضایی ریسک<sup>۴</sup> پرداخته‌اند. هدف این مقاله، اوراق بهادارسازی ریسک عمر با تأکید بر مدلسازی ریسک طول عمر و قیمت‌گذاری صرف ریسک<sup>۵</sup> اوراق قرضه طول عمر می‌باشد. این مقاله از یک مدل گام تصادفی<sup>۶</sup> برای مدلسازی تغییرات کوچک و از نظریه مقدار کرانی برای مدلسازی حوادث کمیاب و نادر استفاده نموده است. این مقاله نشان داده است که مدل قیمت‌گذاری فضایی توسعه داده شده برای اوراق قرضه فاجعه‌آمیز می‌تواند برای تعیین صرف ریسک اوراق قرضه طول عمر بکار رود.

الکساندروس و همکاران (۲۰۰۷) نیز به مدلسازی ریسک زلزله از طریق نظریه مقدار کرانی و قیمت‌گذاری اوراق قرضه مرتبط با آن پرداخته‌اند. این مقاله دو هدف را پیگیری می‌کند: ابتدا تحلیل داده‌های تاریخی زلزله در یونان و سپس تولید یک مدل قابل اتکا برای شدت زلزله‌ها با استفاده از

1. Extreme Value Theory (EVT)
2. Value at Risk (VaR)
3. Longevity Bonds
4. Risk Cubic Pricing
5. Premium
6. Random Walk

تکنیک‌های پیشرفته نظریه مقدار کرانی و دوم، قیمت‌گذاری اوراق قرضه مربوطه با توجه به تئوری بازارهای ناکامل.<sup>۱</sup> این مقاله، نتایج عددی به‌دست‌آمده را با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو و معادلات تصادفی تکرار شونده فراهم می‌آورد (الکساندرس و همکاران، ۲۰۰۷).

در بخش دوم مرور ادبیات، بروکس و همکاران (۲۰۰۵) به مقایسه‌ای از روش‌های نظریه مقدار کرانی برای تعیین ارزش در معرض ریسک پرداخته‌اند. این مقاله تعدادی از مدل‌های مختلف مقدار کرانی را برای تعیین VaR سه قرارداد آتی بازار LIFFE<sup>۲</sup> مورد مقایسه قرار می‌دهد. یک رویکرد نیمه ناپارامتریک نیز ارائه شده که در آن حوادث کرانی با استفاده از توزیع پارتو تعمیم‌یافته<sup>۳</sup> مدلسازی شده و شرایط طبیعی بازار با استفاده از تابع توزیع تجربی مورد بررسی قرار می‌گیرند. تخمین‌های VaR این رویکرد با رویکردهای تخمین دنباله مقدار کرانی ناپارامتریک استاندارد مقایسه شده است. کلاوسن و نایس (۲۰۰۱) به ترکیب روش‌های فراتر از آستانه<sup>۴</sup> و شبیه‌سازی بوت‌استرپ<sup>۵</sup> برای پیش‌بینی مقادیر کرانی پرداخته‌اند. روش بوت‌استرپ به‌عنوان یک ابزار عملی برای تخمین فواصل اطمینان تخمین‌ها مورد استفاده قرار گرفته است.

مقاله ماریموتو و دیگران (۲۰۰۹)، VaR موقعیت‌های معاملاتی خرید و فروش بازار نفت را با استفاده از مدل‌های EVT شرطی و غیرشرطی برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک مدل نموده است. عملکرد این مدل‌ها با تکنیک‌های مدلسازی شناخته‌شده مانند GARCH، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده مقایسه شده است. مدل‌های EVT نسبت به مدل‌های سنتی پاسخ‌های مناسب‌تری ارائه داده‌اند.

گینسای و دیگران (۲۰۰۳) عملکرد نظریه مقدار کرانی در محاسبه ارزش در معرض ریسک را با عملکرد سایر تکنیک‌های مدلسازی شناخته‌شده مانند GARCH، روش واریانس کوواریانس (VaR-Cov) و شبیه‌سازی تاریخی<sup>۶</sup> در یک بازار سهام پرنوسان مورد مقایسه قرار داده‌اند. این مقاله، مدل‌های مورد مطالعه را به دو دسته طبقه‌بندی نموده است. گروه اول شامل مدل‌های GARCH(1,1) و GARCH(1,1)-t می‌باشد که منجر به پیش‌بینی‌های صدک بسیار پرنوسان می‌شوند. گروه دیگر نیز شامل شبیه‌سازی تاریخی، رویکرد VaR-Cov، توزیع پارتو تعمیم‌یافته (GPD) تعدیل‌یافته و مدل‌های GPD بدون تعدیل

- 
1. Incomplete Markets
  2. London International Financial Futures Exchange
  3. Generalized Pareto Distribution (GPD)
  4. Peak Over Threshold (POT)
  5. Bootstrap
  6. Historical Simulation

می‌باشد که منجر به پیش‌بینی‌های پایاتر برای صدک می‌شوند. پیش‌بینی‌های صدک مدل‌های GARCH(1,1) نسبت به پیش‌بینی‌های صدک مدل‌های GPD نوسان بیشتری دارند.

در ایران مطالعات محدودی در مورد اوراق قرضه فاجعه‌آمیز و تعیین نرخ بهره بهینه و صرف ریسک آنها انجام شده است. پیکارجو و داودی‌رستمی (۱۳۸۸) به بررسی توجیه انتشار اوراق بهادار فاجعه‌آمیز بر اساس داده‌های شبیه‌سازی شده خسارت‌ها زلزله احتمالی تهران پرداخته‌اند. در این مقاله، به دلیل عدم وجود اطلاعات آماری از خسارت زلزله متغیر خسارت آتش‌سوزی به عنوان یک متغیر جانشین مورد استفاده قرار گرفته است. سپس با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو، ۱/۰۰۰ تکرار فراوانی تولید شده و با به دست آوردن توزیع خسارت‌ها مقدار ارزش در معرض ریسک و نواحی نگهداری و انتقال ریسک به دست آمده است.

پیکارجو و شهریار (۱۳۸۵) به محاسبه نرخ بهره بهینه اوراق قرضه حوادث فاجعه‌آمیز در شرکت بیمه ملت پرداخته‌اند. این مقاله به تخمین سهم نگهداری بهینه شرکت بیمه ملت و همچنین یک شرکت بیمه اتکایی داخلی نوعی با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو و حداقل‌سازی ارزش در معرض ریسک خسارت‌ها شبیه‌سازی شده پرداخته و سپس فرض نموده است که سرمایه‌های مورد تعهد مازاد بر این سهم‌ها (اتکایی و نگهداری) به صورت اوراق قرضه در اختیار مردم قرار می‌گیرد. هدف این مقاله این است که کمترین و بیشترین نرخ‌های بهره‌ای که برای خریدار و فروشنده، خرید و فروش اوراق در این نرخ‌ها صرفه اقتصادی ندارد را محاسبه کند. این مقاله، بر اساس نرخ بازده انتظاری محاسبه شده (بر اساس سه بازار ساختمان، طلا و فعالیت بیمه‌ای) و با استفاده از شاخص شارپ این نرخ‌ها را به دست آورده است.

در این تحقیق با استفاده از روش‌های جدید آماری اقدام به تعیین نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار فاجعه‌آمیز در ایران شده است. وجه تمایز این مقاله نسبت به مطالعات انجام گرفته در کشور استفاده از نظریه مقدار کرانی می‌باشد. هر چند مطالعات زیادی در مورد اوراق بهادار فاجعه‌آمیز در کشور صورت نگرفته است، اما مطالعات اندک صورت گرفته نیز از این نظریه بسیار مهم در مورد حوادث با تواتر کم استفاده نکرده‌اند.

آمار و اطلاعات لازم از اسناد و گزارش‌های مختلف بیمه مرکزی ایران، بانک مرکزی و بورس اوراق بهادار تهران استخراج گردیده است. برای تعیین ریسک این اوراق بهادار از معیار ارزش در معرض

ریسک که یک معیار برای ریسک‌های نامطلوب می‌باشد<sup>۱</sup> استفاده شده است (رادپور و عبده تبریزی، ۱۳۸۸). این معیار از طریق نظریه مقدار کرانی و به‌طور خاص رویکرد فراتر از آستانه تعیین می‌شود. در ادامه با در نظر گرفتن شاخص‌های بورس، طلا، املاک و مستغلات و با استفاده از مدل GARCH چند متغیره به محاسبه ارزش در معرض ریسک هر دارایی و در نهایت شاخص شارپ هر یک از آنها پرداخته می‌شود. در انتها نیز با تعیین نرخ تنزیل جانشین مناسب، نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار فاجعه‌آمیز محاسبه خواهد شد.

دوره زمانی تحقیق داده‌های مربوط به خسارت بیمه رشته آتش‌سوزی کشور در سال‌های (۱۳۸۸-۱۳۲۸) و همچنین دوره زمانی مورد استفاده در بازارهای بورس، طلا و املاک مستغلات محدود به فروردین ۱۳۸۱ تا فروردین ۱۳۹۰ بوده است. جامعه آماری شامل دارایی‌های قابل سرمایه‌گذاری در ایران می‌باشد و نمونه آماری شامل داده‌های خسارت بیمه آتش‌سوزی کشور و اطلاعات قیمتی شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران، طلا و املاک و مستغلات می‌باشد.

### ۳. ادبیات تحقیق

#### ۳-۱. GARCH چند متغیره<sup>۲</sup>

مدل‌های GARCH چند متغیره توسعه یافته مدل‌های ساده GARCH بوده و در اواخر دهه ۱۹۹۰ توسعه یافته‌اند. هم اکنون کاملاً پذیرفته شده است که نوسانات مالی در طول زمان میان بازارها و دارایی‌های مختلف به موازات یکدیگر منتقل می‌شوند. مدل GARCH چند متغیره بسیار شبیه مدل GARCH تک متغیره بوده با این تفاوت که شامل تعداد معادلات خاصی است که حرکت کواریانس را در طول زمان در بر می‌گیرد. فرض کنید  $r_t$  بردار سری زمانی بازده و شامل  $N$  بازده است و  $I_{t-1}$  مجموعه اطلاعات جمع‌آوری شده تا زمان  $t$  است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= H_t^{\frac{1}{2}} z_t \end{aligned} \quad (1)$$

۱. در واقع ریسک نامطلوب همان ریسک‌های منفی می‌باشد. بنا به تعریف، ریسک نامطلوب احتمال تلاطم‌های منفی بازدهی در آینده است. در واقع، ریسک‌های نامطلوب طبق این عقیده بکار برده می‌شوند که سرمایه‌گذاران بیش از آنکه به حداکثر سود بیندیشند در فکر حداقل نمودن ریسک هستند. این ریسک‌ها را می‌توان اغلب در دسته ریسک غیرسیستماتیک قرار داد، زیرا با تنوع‌بخشی امکان کاهش آنها وجود دارد.

#### 2. Multivariate GARCH

که  $\mu_t = E(r_t | I_{t-1})$  و همچنین  $H_t^{-\frac{1}{2}}$  یک ماتریس مثبت معین  $N \times N$  و بردار  $z_t$  دارای گشتاور اول و دوم به ترتیب صفر و  $I_N$  (ماتریس واحد) است. به راحتی می توان نشان داد که ماتریس واریانس شرطی  $r_t$  برابر  $H_t$  است، بنابراین  $H_t^{-\frac{1}{2}}$  یک ماتریس  $N \times N$  مثبت و معین بوده به طوری که  $H_t$  واریانس شرطی  $\varepsilon_t$  است، بنابراین:

$$H_t = \text{Cov}(\varepsilon_t | I_{t-1}) \quad (2)$$

مدلسازی نوسان های چندمتغیره به ارزیابی زمانی  $H_t$  وابسته است. این مدل شامل چهار سیستم مختلف جهت پارامتر بندی می باشد که در جدول (۱) خلاصه شده است.

جدول ۱. معرفی سیستم های پارامتر بندی مدل GARCH چندمتغیره

| مدل   | مدلسازی $H_t$                                                                                                                                                  |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| VECH  | $\text{vech}(H_t) = C + A \text{vech}(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}') + B \text{vech}(H_{t-1})$<br>$\varepsilon_t   \mathcal{H}_{t-1} \approx N(0, H_t)$ |
| BEKK  | $H_t = w'w + A'H_{t-1}A + B'\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}'B$                                                                                              |
| CCORR | $h_{ijt} = w_{ii} + \beta_{ii}h_{ii,t-1} + \alpha_{ii}\varepsilon_{it-1}^2$<br>$h_{ijt} = \rho_{ij}(\sqrt{h_{ii,t}}\sqrt{h_{jj,t}})$                           |
| FARCH | $H_t = \Omega + \lambda\lambda' \left[ \beta w'H_{t-1}w + \alpha(w'\varepsilon_{t-1})^2 \right]$                                                               |

مأخذ: نتایج تحقیق.

همچنین، بیشترین کاربرد مدل های GARCH چندمتغیره بررسی روابط میان نوسان های بازارهای مختلف است (باونس، ۲۰۰۶ و بروکس، ۲۰۰۸). در این مقاله از الگوی BEKK قطری به دلیل مزایایی چون مثبت بودن  $H_t$  در مدل BEKK، کاهش تعداد پارامترهای مدل و در نتیجه افزایش عمومیت مدل جهت پیش بینی میانگین و واریانس شرطی بازارهای آلترناتیو مسأله (بورس اوراق بهادار، طلا و املاک و مستغلات) مورد استفاده قرار گرفته است (پیروی، ۱۳۹۰).

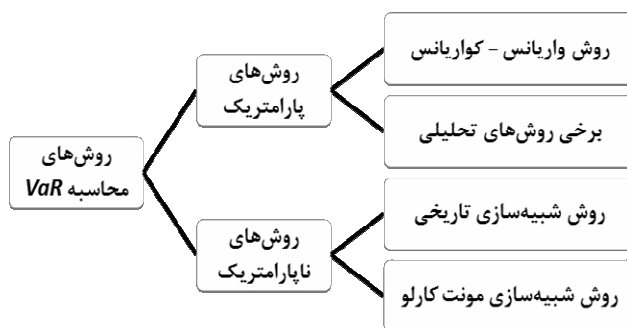
مدل VECH ممکن است منتج به یک ماتریس معین مثبت نگردد مگر آنکه قیود نامعادله ای غیرخطی در آن وارد شود تا کاهش وزن مربوط به مشاهدات قدیمی تر را کنترل کند. بدون این قیدها وزن های مربوط به اجزای کواریانس نسبت به وزن های اجزای واریانس با سرعت کمتری کاهش

می‌یابد که در نتیجه عناصر غیرقطری ماتریس کواریانس برآورد شده نسبت به عناصر قطری بسیار بزرگتر می‌شوند، بنابراین ماتریس به صورت معین غیرمثبت در می‌آید (باونس و دیگران، ۲۰۰۶).

### ۳-۲. ارزش در معرض ریسک<sup>۱</sup>

ارزش در معرض ریسک از خانواده معیارهای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب می‌باشد. این شاخص حداکثر خسارت انتظاری یک پرتفوی (یا بدترین زیان ممکن) را برای یک افق زمانی مشخص و با توجه به یک فاصله اطمینان معین اندازه‌گیری می‌کند (هال، ۲۰۰۲). به عنوان مثال، زمانی گفته می‌شود که ارزش در معرض خطر یک دارایی در سطح اطمینان ۹۹ درصد روزانه ۱۰ میلیون دلار است به این معنا است که از هر ۱۰۰ روزی که مبادلات تجاری در آنها صورت می‌گیرد تنها در یک روز به طور متوسط زیانی بالاتر از ۱۰ میلیون دلار خواهیم داشت.

انواع روش‌های محاسبه این سنجه ریسک در نمودار (۲) نشان داده شده است. روش واریانس-کواریانس از تعدادی پارامترهای ترکیبی توزیع عامل ریسک (یعنی واریانس‌ها و کواریانس‌ها) جهت محاسبه VaR استفاده می‌کند، اما روش‌های شبیه‌سازی از شبیه‌سازی تعداد زیادی سناریوهای ممکن تغییرات آتی بازار (افزایش نرخ‌های بهره، افت نرخ ارز و ...) برای محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده می‌کنند. رویکردهای شبیه‌سازی نیازمند زمان و محاسبات بیشتر بوده، اما انعطاف‌پذیری بیشتری داشته و اغلب دقیق‌تر می‌باشند (رستی و سیرونی، ۲۰۰۷).



نمودار ۲. روش‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک

یکی از روش‌های محاسبه VaR روش واریانس-کواریانس است. با فرض نرمال بودن توزیع بازده‌ها ارزش در معرض ریسک پرتفوی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\sigma_p = \sqrt{w' \Sigma w} \rightarrow \text{VaR}_p = E(R_p) - z_\alpha \sqrt{w' \Sigma w} \quad (۳)$$

که در آن،  $E(R_p)$  بازده مورد انتظاری پرتفوی،  $w$  بردار وزن سرمایه‌گذار در سبد سرمایه‌گذاری و  $\Sigma$  ماتریس واریانس-کواریانس می‌باشد (جوریون، ۲۰۰۰). انواع روش‌های محاسبه ماتریس واریانس-کواریانس در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول ۲. روش‌های اندازه‌گیری واریانس-کواریانس

| روش                                                                                                 | واریانس | کواریانس |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------|
| واریانس-کواریانس ساده                                                                               | ثابت    | ثابت     |
| واریانس-کواریانس بر اساس واریانس ناهمسانی شرطی خودتوضیحی (ARCH)                                     | متغیر   | ثابت     |
| واریانس-کواریانس بر اساس واریانس ناهمسانی شرطی خودتوضیحی تعمیم‌یافته چندمتغیره (Multivariate GARCH) | متغیر   | متغیر    |

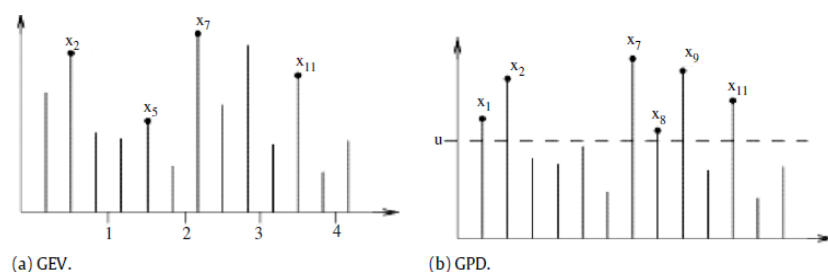
مأخذ: نتایج تحقیق.

### ۳-۳. نظریه مقدار کرانی

بسیاری از حوزه‌های علوم پیشرفته و مهندسی دارای ارتباط با حوادثی هستند که نادر اما دارای نتایج قابل توجه هستند. نظریه مقدار کرانی در ارتباط با فراهم نمودن مبنایی برای مدلسازی آماری چنین حوادثی مورد توجه قرار می‌گیرد. نظریه مقدار کرانی (EVT) به عنوان یکی از مهم‌ترین قوانین آماری برای علوم کاربردی در طول ۵۰ سال گذشته ظاهر شده و اخیراً در حوزه‌های مالی نیز کاربرد گسترده یافته است. ویژگی متمایز EVT کمی‌سازی رفتار تصادفی یک فرایند در سطوح غیرطبیعی بسیار زیاد یا بسیار کم می‌باشد (فرناندز، ۲۰۰۵).

نظریه مقدار کرانی به جای مقادیر متوسط روی مقادیر کرانی تمرکز می‌نماید. ریسک‌های حوادث فاجعه‌آمیز مانند زلزله‌ها و طوفان‌ها به آسانی قابل متنوع‌سازی نیستند، زیرا تعداد زیادی از دارندگان این نوع بیمه‌نامه‌ها در یک زمان یکسان تحت تأثیر قرار گرفته و فرض استقلال آماری میان ریسک‌ها که مبنای قانون اعداد بزرگ را تشکیل می‌دهد نقض می‌شود. علاوه بر این، انحراف خسارت واقعی این ریسک‌ها از خسارت انتظاری می‌تواند بسیار بزرگتر باشد.

دو توزیع پرکاربرد نظریه مقدار کرانی در تخمین VaR وجود دارد: مقدار کرانی تعمیم یافته (GEV)<sup>۱</sup> و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD). توزیع GEV روی ارزش‌های حداکثر بلوک<sup>۲</sup> (یا هر دوره) تمرکز می‌کند، در حالی که GPD بر مقادیر متجاوز از آستانه مشخص  $u$  متمرکز است (سیفتر، ۲۰۱۱).



نمودار ۳. توزیع‌های نظریه مقدار کرانی

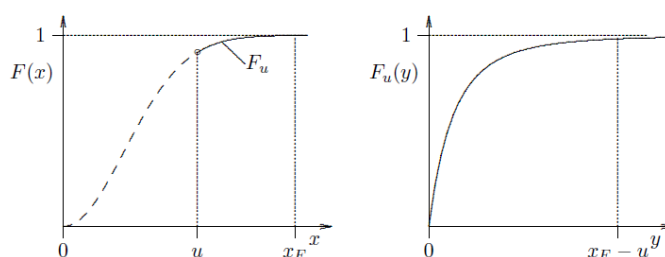
در GEV حداکثر (حداقل) متغیرها را در دوره‌های متوالی (به عنوان مثال ماهانه یا سالانه) مورد بررسی قرار می‌دهد. این مشاهدات انتخاب شده که حوادث کرانی را تشکیل می‌دهند حداکثر بلوک (دوره) نیز نامیده می‌شوند. از سوی دیگر، GPD بر مشاهداتی تمرکز می‌کند که از یک آستانه معین تجاوز می‌کنند (سیفتر، ۲۰۱۱ و گیلی و کلزای، ۲۰۰۳).

روش حداکثر بلوک به طور متداول برای تحلیل داده‌ها با روند فصلی بکار می‌رود، اما روش‌های آستانه داده‌ها را به طور کاراتری مورد استفاده قرار داده و از این رو به نظر می‌رسد که روش انتخابی در کاربردهای اخیر باشد (گیلی و کلزای، ۲۰۰۳). رویکردی را که در این مقاله برای زیان‌های فراتر از یک آستانه  $u$  به کار گرفته می‌شود فراتر از آستانه یا توزیع تعمیم یافته پارتو می‌باشد که بر اساس قضیه تعمیم یافته مقدار کرانی شکل گرفته است.

### ۳-۳-۱. توزیع تعمیم یافته پارتو (GPD)

روش این مدل در نمودار (۴) نشان داده شده است. در اینجا با در نظر گرفتن تابع توزیع ناشناخته  $F$  از متغیر تصادفی  $x$ ، تابع توزیع  $F_u$  از مقادیر  $x$  بالای یک آستانه معین  $u$  تخمین زده می‌شود (گیلی و کلزای، ۲۰۰۳).

1. Generalized Extreme Value
2. Block Maxima



نمودار ۴. تابع توزیع  $F$  و تابع توزیع شرطی  $F_u$

تابع توزیع  $F_u$  تابع توزیع مازاد شرطی<sup>۱</sup> نامیده شده و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u), 0 \leq y \leq x_F - u \quad (۴)$$

که در آن،  $X$  متغیر تصادفی،  $u$  آستانه داده شده،  $y = x - u$  مقادیر مازاد و  $x_F$  نقطه پایانی سمت راست توزیع  $F$  می‌باشد.

بالکما و دی‌هان (۱۹۷۴) و نیز پیکان‌دیس (۱۹۷۵) در قضیه‌ای نشان دادند که برای  $u$ هایی که به اندازه کافی بزرگ هستند، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم‌یافته پارتو تقریب زد، چراکه با بزرگ شدن آستانه، توزیع مقادیر فراتر از آستانه یعنی  $F_u(y)$  به توزیع تعمیم‌یافته پارتو نزدیک می‌شود (رادپور و عبده‌تبریزی، ۱۳۸۸). توزیع تعمیم‌یافته پارتو به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_{\xi, \mu, \sigma}(x) = 1 - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \quad (۵)$$

در رابطه فوق،  $X$  همان مقادیر فراتر از آستانه یا  $X$ های بزرگتر از  $u$ ،  $\mu$  معادل آستانه یا  $u$  و  $x - \mu$  نیز مقادیر مازاد می‌باشند.  $\sigma$  پارامتر انحراف معیار توزیع و سنجه پراکندگی  $X$  است. پارامتر  $\xi$  نیز شاخص دنباله<sup>۲</sup> بوده و بر شکل یا تراکم دنباله توزیع دلالت دارد.

در این مقاله برای تخمین پارامترهای توزیع پارتوی تعمیم‌یافته از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین (MLE) استفاده شده است. برای یک نمونه شامل  $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ ، تابع لگاریتم درست‌نمایی  $L(\xi, \sigma | x)$  برای توزیع GPD، لگاریتم تابع چگالی توأم  $n$  مشاهده مربوطه می‌باشد.

1. Conditional Excess Distribution Function
2. Tail Index

محاسبه ارزش در معرض ریسک مستلزم تخمین صدک‌های توزیع خسارت‌ها می‌باشد. ارزش در معرض ریسک درصدی را می‌توان طبق رابطه زیر به دست آورد:

$$\%VaR = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left( \left( \frac{n}{n_u} \alpha \right)^{-\frac{\xi}{\hat{\xi}}} \right) - 1 \quad (۶)$$

### ۳-۳-۲. تجزیه و تحلیل اکتشافی داده‌ها برای مقادیر کرانی

در این زمینه دو ابزار تحلیل مورد بررسی قرار گرفته است: نمودار صدک-صدک<sup>۱</sup> و نمودار تابع میانگین فزونی<sup>۲</sup>.

#### ۳-۳-۱. نمودار صدک-صدک

برای استفاده از این ابزار، صدک‌های توزیع فرضی در مقابل صدک‌های توزیع تجربی ترسیم می‌شود و میزان همخوانی صدک‌های دو توزیع مقایسه می‌گردد. اگر توزیع نمونه از توزیع فرضی حاصل شده باشد نمودار صدک-صدک خطی خواهد بود (رادپور و عبده‌تبریزی، ۱۳۸۸).

فرض کنید داده‌های  $x_1, \dots, x_n$  از تابع توزیع با پارامترهای موقعیت و مقیاس  $\mu$  و  $\sigma$  پیروی کنند:

$$F_{\mu, \sigma}(x) = F\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (۷)$$

از این رو،  $F = F_{0,1}$  نوع استاندارد توزیع می‌باشد. نمودار Q-Q بطور ساده می‌تواند نموداری از نقاط زیر تعریف شود:

$$\left( F^{-1}(q_i), x_{in} \right), i = 1, \dots, n \quad (۸)$$

که در آن،  $q_i = \frac{i}{(n+1)}$  می‌باشد (ریس و توماس، ۲۰۰۷).

#### ۳-۳-۲. نمودار تابع میانگین فزونی

ابزار دیگری که برای بررسی دنباله‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد تابع میانگین فزونی است که به صورت نموداری از نقاط زیر تعریف می‌شود:

- 
1. Quantile-Quantile (QQ-Plot)
  2. Mean Excess Function (MEF)

$$(u, e_n(u)), x_1^n < u < x_n^n \quad (9)$$

و متعاقباً تابع میانگین فزونی نمونه به صورت زیر تعریف می شود:

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=k}^n (x_i^n - u)}{n - k + 1}, k = \min \{i | x_i^n > u\} \quad (10)$$

که در آن  $n - k + 1$  تعداد مشاهدات بالاتر از آستانه  $u$  می باشد. تابع میانگین فزونی نمونه تخمینی از تابع میانگین فزونی  $e(u)$  است. تابع میانگین فزونی کمک مؤثری در جهت انتخاب آستانه می کند. اگر این تابع بر اساس تغییرات آستانه ترسیم شود بهتر است آستانه به گونه ای انتخاب گردد که تابع میانگین فزونی پس از آن خطی راست با شیب مثبت باشد (گیلی و کلزای، ۲۰۰۳).

در مفهوم بیمه ای  $e(u)$  می تواند به صورت اندازه خسارت انتظاری<sup>۱</sup> در لایه نامحدود بالاتر از آستانه  $u$  تعریف شود. در مفهوم مدیریت ریسک مالی با انتقال از دنباله راست به دنباله چپ به  $e(u)$  به عنوان کسری یا کمبود<sup>۲</sup> اطلاق می گردد (امبرجت، ۱۹۹۷).

### ۳-۴. شبیه سازی بوت استرپ

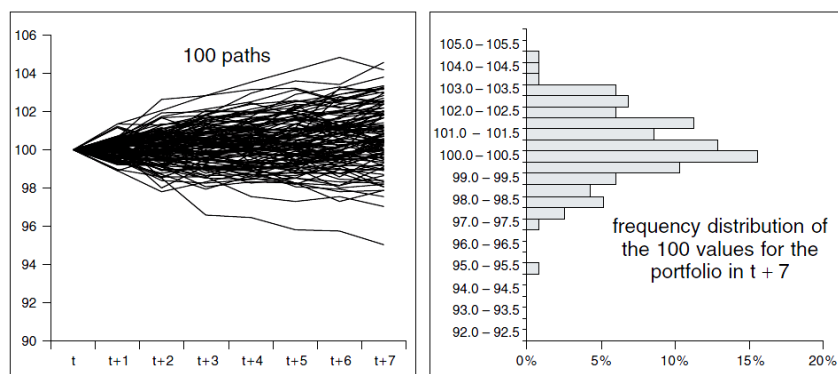
روش بوت استرپ تکنیک آماری نسبتاً جدیدی است که می تواند برای تخمین فواصل اطمینان تخمین های آماری بر مبنای یک نمونه محدود مورد استفاده قرار گیرد. این روش بر اساس نمونه گیری مجدد<sup>۳</sup> از توزیع تعیین شده از طریق نمونه داده در دسترس می باشد.

فرض کنید که  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  یک نمونه یا بردار از  $n$  مشاهده مستقل از متغیر تصادفی  $U$  می باشند. به طور کلی، دو گزینه برای به دست آوردن تخمین های بوت استرپ وجود دارد. گزینه اول یک روش ناپارامتریک است که در آن تابع توزیع تجربی (EDF) خالص بر اساس  $U$  و بر مبنای داده های مشاهده شده با تخصیص احتمال  $1/n$  به هر یک از نقاط داده های مشاهده شده ایجاد می شود. روش دیگر، بوت استرپ پارامتریک از طریق فرض نمودن یک تابع توزیع تجمعی خاص (CDF)  $F_U(u; \theta) = \text{Prob}(U \leq u)$  می باشد که  $\theta$  بیان کننده برداری از پارامترهای ناشناخته است که CDF را

1. Expected Claim Size
2. Shortfall
3. Resampling

تعیین می‌کند. سپس این پارامترها از داده‌های مشاهده شده  $u$  تخمین زده شده و  $\hat{\theta}$  به دست می‌آید و  $F_U(u; \hat{\theta})$  به عنوان CDF مقادیر  $u$  مورد استفاده قرار می‌گیرد (نایس و کلاوسن، ۲۰۰۱).

باید توجه داشت که تولید مسیر به وسیله روش بوت استرپ در صورتی منجر به پاسخ‌های صحیح خواهد شد که بازده‌های روزانه به صورت مستقل و یکسان توزیع شده باشند (i.i.d). در واقع، اگر اینگونه نباشد این روش منجر به ارائه غیرواقعی توزیع احتمالی ارزش‌های ممکن پرتفوی در پایان افق ریسک خواهد شد (رستی و سیرونی، ۲۰۰۷).



نمودار ۵. شکلی از تولید مسیر در روش بوت‌استرپ و تعیین توزیع پرتفوی

از آنجایی که در رویکر نظریه مقدار کرانی فرض می‌شود مقادیر بالای آستانه مستقل و دارای توزیع پارتو تعمیم‌یافته می‌باشند بوت استرپ می‌تواند با ساخت تعدادی باز نمونه پیاده‌سازی شود که هر یک از این باز نمونه‌ها نمونه‌های تصادفی با جایگذاری از مجموعه داده‌های اصلی هستند. دلیل دیگر برای استفاده از این شبیه‌سازی کم بودن داده‌های فراتر از آستانه می‌باشد.

### ۳-۵. تقریب توانی نرمال<sup>۱</sup>

با استفاده از تقریب توانی نرمال می‌توان صدک‌های یک توزیع پیچیده (چوله دار)  $F(0)$  را بر حسب صدک‌های توزیع نرمال استاندارد  $\phi(0)$  بیان نمود. این امر با استفاده از جملات اول بسط معکوس کورنیش - فیشر<sup>۲</sup> امکان پذیر است.

1. Normal Power (NP) Approximation
2. Inverse Cornish-Fisher Expansion

اگر فرض شود که  $X$  دارای تابع توزیع  $F(x)$  با میانگین  $\mu_X$ ، واریانس  $\sigma_X^2$  و چولگی  $\gamma_1$  بوده و همچنین  $\phi(y)$  به عنوان توزیع نرمال استاندارد با  $\mu_X = 0$  و  $\sigma_X^2 = 1$  باشد و نیز اگر  $u_\alpha = \frac{x_\alpha - \mu_X}{\sigma_X}$  و  $k_{1-\alpha}$  به ترتیب صدک‌های  $100(1-\alpha)$  تابع توزیع  $F(0)$  و  $\phi(0)$  در نظر گرفته شوند، یعنی:

$$F(u_\alpha) = \phi(k_{1-\alpha}) = 1 - \alpha \quad (11)$$

با استفاده از دو جمله اول بسط کورنیش-فیشر معکوس داریم:

$$u_\alpha = k_{1-\alpha} + \frac{\gamma_1}{6} (k_{1-\alpha}^2 - 1) \quad (12)$$

یا اینکه:

$$x_\alpha = \mu_X + \sigma_X \left\{ k_{1-\alpha} + \frac{\gamma_1}{6} (k_{1-\alpha}^2 - 1) \right\} = \mu_X + \sigma_X k'_{1-\alpha}(\gamma_1) \quad (13)$$

که عامل جدید  $k'_{1-\alpha}$  وابسته به شاخص چولگی می‌باشد (سندستروم، ۲۰۰۶). در این مقاله از صدک (یا مقدار VaR)  $x_\alpha$  برای تعیین مقدار آستانه داده‌های نسبت خسارت استفاده خواهد شد.

#### ۴. تحلیل داده‌ها و نتایج

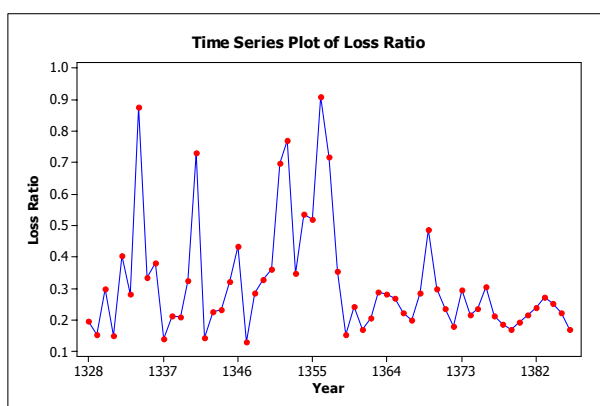
از آنجا که در این مقاله به بررسی نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار فاجعه‌آمیز برای بیمه آتش‌سوزی پرداخته می‌شود از داده‌های خسارت آتش‌سوزی در دوره (۱۳۸۸ - ۱۳۹۸) استفاده شده است. در واقع، در این مقاله از نسبت خسارت به حق بیمه که نشان‌دهنده درصد خسارت در سال موردنظر می‌باشد، استفاده شده است. با تخمین پارامترهای توزیع مادر ۱۰/۰۰۰ سناریوی تصادفی برای خسارت‌هایی با این توزیع تولید می‌شود. در این مقاله، از نظریه مقدار کرانی و به‌طور خاص، توزیع پارتو تعمیم‌یافته برای تخمین ارزش در معرض ریسک در بالای آستانه  $u$  استفاده می‌شود. در این مقاله،  $u$  برابر با مقدار ارزش در معرض ریسک معمولی داده‌های نسبت خسارت و با استفاده از تقریب توانی نرمال تعیین می‌گردد. پس از تخمین آستانه با استفاده از شبیه‌سازی بوت استرپ و روش حداکثر درست‌نمایی، پارامترهای توزیع پارتو تعمیم‌یافته و مقدار VaR بالاتر از آستانه تعیین می‌گردد. در نهایت، با استفاده از نسبت شارپ به تعیین نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار

۱. این عبارت در سطح ۹۹ درصد مقداری برابر با  $2/33 + 0/74\gamma_1$  می‌پذیرد.

فاجعه‌آمیز خواهیم پرداخت. به جای انحراف معیار از معیار VaR برای شاخص‌های منتخب استفاده شده است که از روش Multivariate GARCH به دست می‌آید.

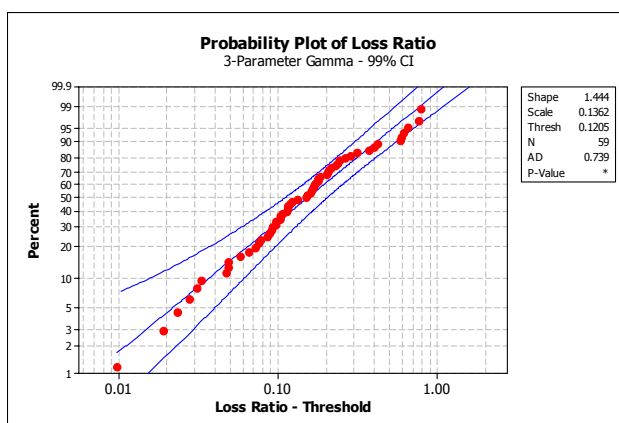
#### ۴-۱. بررسی توزیع داده‌های خسارت اولیه

نمودار سری زمانی داده‌های نسبت خسارت در نمودار (۶) آورده شده است.



نمودار ۶. نسبت خسارت‌ها بیمه آتش‌سوزی کشور (۱۳۲۸-۱۳۸۸)

برای به دست آوردن پارامترهای شبیه‌سازی از پارامترهای تابع توزیع نسبت‌های خسارت‌های آتش‌سوزی استفاده شده است. برای این کار آزمون نیکویی برازش برای داده‌های خسارت رشته آتش‌سوزی به عمل آمده است.



نمودار ۷. تابع احتمال داده‌های خسارت بیمه آتش‌سوزی کشور

به این ترتیب، با استفاده از نرم افزار Matlab پارامترهای این خسارت‌ها به صورت تابع گاما با پارامترهای جدول (۳) تخمین زده شده است.

جدول ۳. پارامترهای تخمین داده‌های نسبت خسارت اولیه

| پارامتر شکل | پارامتر مقیاس | پارامتر آستانه |
|-------------|---------------|----------------|
| ۱/۴۴۴       | ۰/۱۳۶۲        | ۰/۱۲۰۵         |

مأخذ: نتایج تحقیق.

نمودار احتمالی این داده‌ها با استفاده از نرم افزار Minitab در نمودار (۷) نشان داده شده است. برای به دست آوردن مقدار  $u$  ارزش در معرض ریسک این توزیع با استفاده تقریب توانی نرمال و از رابطه (۹) به دست آورده شده است (جدول ۴).

جدول ۴. محاسبه VaR با استفاده از تقریب توانی نرمال

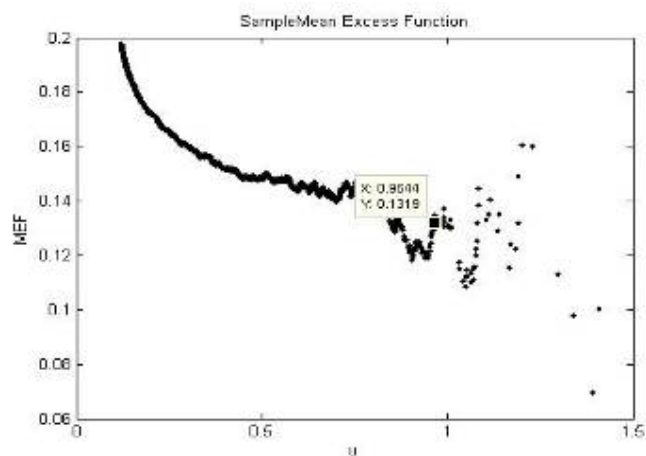
| میانگین | واریانس | چولگی | مقدار VAR |
|---------|---------|-------|-----------|
| ۰/۳۱۷   | ۰/۱۸۴   | ۱/۶۰۲ | ۰/۹۶۴     |

مأخذ: نتایج تحقیق.

در ادامه، با استفاده از توزیع گامای تخمین زده شده ۱۰/۰۰۰ سناریوی تصادفی تولید شده و مدلسازی دنباله‌های ضخیم این داده‌ها با استفاده از نظریه مقدار کرانی انجام شده است.

#### ۲-۴. مدلسازی دنباله‌های ضخیم و تخمین پارامترها با شبیه‌سازی بوت استرپ

در نمودار (۸) شکل تابع میانگین فزونی داده‌های نسبت خسارت رسم گردیده است. با توجه به نکات مطرح شده در قسمت تابع میانگین فزونی مکان آستانه انتخابی ۰/۹۶۴ (برابر با ارزش در معرض ریسک معمولی به دست آمده از تقریب توانی نرمال) در نمودار مربوط به تابع میانگین فزونی نشان داده شده است، بنابراین  $n_{II}$  که تعداد داده‌های فراتر از این آستانه است برابر ۵۲ داده خواهد بود. در ادامه کار، پارامترهای  $\xi$  و  $\sigma$  برآورد می‌شود. در این مقاله، این پارامترها با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زده می‌شود.



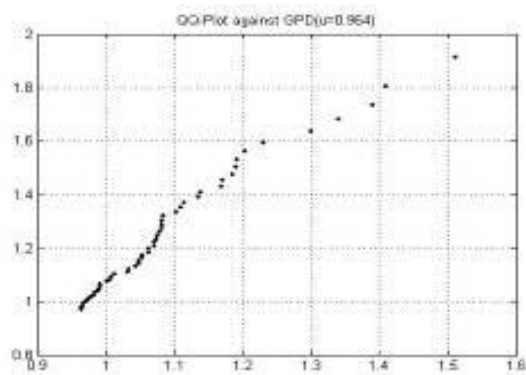
نمودار ۸. تابع میانگین فزونی نمونه داده‌های نسبت خسارت

برای به‌دست آوردن مقادیر تخمین‌زده شده پارامترها با استفاده از شبیه‌سازی بوت استرپ با تعداد نمونه‌گیری مجدد ۲/۰۰۰ این پارامترها و مقدار VaR مربوطه تخمین زده می‌شود. نتایج به‌دست آمده به‌صورت جدول (۵) می‌باشد:

| جدول ۵. تخمین پارامترها و VaR با استفاده از شبیه‌سازی بوت‌استرپ |               |           |
|-----------------------------------------------------------------|---------------|-----------|
| پارامتر شکل                                                     | پارامتر مقیاس | مقدار VaR |
| -۱/۳۶۳۶                                                         | ۲/۰۵۹۰        | ۱/۱۶۲۳    |

مأخذ: نتایج تحقیق.

با توجه به نتیجه به‌دست آمده برای پارامتر شکل می‌توان گفت که توزیع تعمیم‌یافته مقدار کرانی شباهت بیشتری با توزیع وایبول دارد و  $F(x)$  دارای دنباله‌هایی کم‌تراکم‌تر از دنباله‌های توزیع نرمال است. نمودار (۹) برای داده‌های کرانی نشان می‌دهد که داده‌ها دارای دنباله ضخیم بوده و از تابع پارتو تعمیم‌یافته پیروی می‌کنند.



نمودار ۹. نمودار Q-Q صدک‌های نمونه در مقابل صدک‌های  $G_{\hat{\theta}, \hat{\theta}}$

#### ۳-۴. تعیین نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار فاجعه‌آمیز

برای تعیین نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار فاجعه‌آمیز از دید سرمایه‌گذار نیاز است تا صرف ریسک این اوراق برای جذب سرمایه‌گذار حداقل برابر صفر باشد. در این راستا، فرض می‌شود که ارزش اسمی این اوراق بهادار ۱/۰۰۰ واحد پولی و سررسید آن سه ساله هزینه معاملاتی ۵ درصد و نرخ بازده بدون ریسک ۱۴ درصد می‌باشد.

با در نظر گرفتن بازارهایی چون بورس اوراق بهادار، طلا و املاک و مستغلات به عنوان گزینه‌های آلترناتیو سرمایه‌گذاری، نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار فاجعه‌آمیز طی مراحل زیر تعیین گردیده است:

مرحله ۱: آزمون مانایی با استفاده از آزمون ریشه واحد بررسی گردید و نتیجه حاصل حاکی از مانایی متغیرهای تحقیق بود، سپس آزمون واریانس ناهمسانی- ضریب لاگرانژ (ARCH-LM) روی متغیرهای تحقیق مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن نشان‌دهنده این بوده است که تمام متغیرهای مسئله جز سری بازده املاک و مستغلات دارای اثر ناهمسانی واریانس می‌باشند.

مرحله ۲: مقادیر شاخص شارپ برای سه شاخص بازارهای فوق<sup>۱</sup> با استفاده از نرخ بدون ریسک ۱۴ درصد و مقادیر میانگین و واریانس شرطی بازده هر یک از متغیرهای فوق با استفاده از الگوی

۱. سری زمانی مورد استفاده در هر یک از متغیرهای مسئله به ترتیب عبارتند از بازده ماهانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX)، بازده ماهانه بهای هر سکه بهار آزادی طرح قدیم بر حسب ریال در بازار آزاد تهران و بازده ماهانه شاخص اجاره بهای مسکن شخصی.

BEKK-GARCH(1,1) تعیین می‌گردد. الگوی بهینه فوق با توجه به کمترین مقدار معیارهای آکائیک و شوارتز تعیین شده است (پیوست ۱، جدول ۹).

مرحله ۳: بازده شرطی سالانه متغیری که دارای بیشترین شاخص شارپ می‌باشد به‌عنوان نرخ تنزیل در رابطه ارزش فعلی (PV) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مرحله ۴: PV جریان نقدی اوراق بهادار فاجعه‌آمیز فرضی برابر ۱/۰۵۰ واحد پولی (سرمایه‌گذاری اولیه) قرار داده و نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار فاجعه‌آمیز به‌دست می‌آید. در واقع، نرخ به‌دست آمده هم نرخ بازده بدون ریسک (به‌عنوان مثال نرخ اوراق مشارکت دولتی) و هم بازده سایر گزینه‌های سرمایه‌گذاری آلترناتیو را برای سرمایه‌گذار در نظر می‌گیرد.

با توجه به مطالب پیشین، بازده و واریانس شرطی سالانه و ارزش در معرض ریسک هریک از بازارهای بورس، طلا و املاک و مستغلات محاسبه شده و نتایج آن در جدول (۶) ارائه گردیده است.

جدول ۶. بازده، واریانس و VaR شاخص‌ها

| شاخص                         | بازده سالانه (درصد) | انحراف معیار سالانه (درصد) | VaR <sub>99%</sub> |
|------------------------------|---------------------|----------------------------|--------------------|
| بورس اوراق بهادار            | ۱۷/۸۱               | ۱۷/۳۹                      | ۰/۲۲۷۲             |
| طلا                          | ۲۰/۷۸               | ۱۳/۱۴                      | ۰/۰۹۸۳             |
| املاک و مستغلات <sup>*</sup> | ۱۵/۴۸               | ۹/۴                        | ۰/۰۶۴              |

\* بازده و واریانس شاخص املاک و مستغلات با توجه به عدم وجود واریانس ناهمسانی شرطی به‌صورت ثابت محاسبه شده است.  
مأخذ: نتایج تحقیق.

با توجه به مقادیر جدول فوق، شاخص شارپ برای هر یک از بازارهای مسئله طبق رابطه (۱۳) به‌دست خواهد آمد. در این رابطه، ارزش در معرض ریسک به‌عنوان معیار ریسک در مخرج شاخص شارپ استفاده شده است.

$$RP = \frac{E(R_i) - R_f}{VaR_i} \quad (14)$$

نتایج حاصل در جدول (۷) ارائه گردیده است. نرخ بهره بدون ریسک بر اساس گزارش سیاست پولی سال ۱۳۹۰ بانک مرکزی ایران برابر ۱۴ درصد در نظر گرفته شده است.

جدول ۷. شاخص شارپ برای شاخص‌ها

| شاخص              | نسبت شارپ |
|-------------------|-----------|
| بورس اوراق بهادار | ۰/۱۶۷۷    |
| طلا               | ۰/۶۸۹۶    |
| املاک و مستغلات   | ۰/۲۳۰۳    |

مأخذ: نتایج تحقیق.

از آنجا که شاخص طلا دارای نسبت شارپ بیشتری است، بنابراین نرخ بازده آن به‌عنوان نرخ تنزیل جانشین مورد استفاده قرار می‌گیرد. با استفاده از این نرخ NPV جریان‌های نقدی اوراق بهادار فرضی برابر با ۱/۰۵۰ قرار داده می‌شود تا نرخ بازده انتظاری بهینه اوراق بهادار فاجعه‌آمیز از دید سرمایه‌گذار به‌دست آید. برای جریان نقدی زمان سررسید، اصل سرمایه سرمایه‌گذار ممکن است به‌طور کامل برگشت داده نشود. در واقع، برای اوراق بهادار فاجعه‌آمیز برگشت اصل سرمایه به سرمایه‌گذاران مشروط به رخداد حادثه فاجعه‌آمیز می‌باشد. در این بخش، احتمال رخداد زلزله بالاتر از ۶ ریشتر به‌عنوان احتمال از دست رفتن بخشی از اصل سرمایه (p) در نظر گرفته می‌شود. از این رو، مقدار  $1000(1-p)$  به‌عنوان آخرین جریان نقدی سرمایه‌گذار در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از اطلاعات آماری پایگاه علوم زمین ایران مقدار احتمال p برابر ۱۳/۷ درصد می‌باشد (پیوست ۲، جدول ۱۱). از این رو، مقدار آخرین جریان نقدی برابر  $۱۰۰۰ * ۰/۸۶۳$  خواهد بود.

نتایج حاصل در جدول (۸) نشان داده شده است. این جدول نشان می‌دهد که حداقل نرخ بازده انتظاری این اوراق باید حداقل حدود ۲۹/۳۲ درصد باشد تا برای سرمایه‌گذاران جذابیت داشته باشد. در واقع این نرخ، نرخ بازگشت مورد انتظار سرمایه‌گذاران در این سرمایه‌گذاری می‌باشد. از مدل CAPM می‌دانیم که صرفه اقتصادی همان صرف ریسک (در اینجا مقدار ریسک معادل VaR به‌جای واریانس در نظر گرفته شده است) به ازای هر واحد ریسک (شاخص شارپ) می‌باشد. بنابراین نرخ بهره حداقل که صرف ریسک خریدار را صفر می‌کند معادل ۲۹/۳۲ درصد محاسبه شده است. نرخ بهره کمتر از این مقدار برای سرمایه‌گذار صرفه اقتصادی نخواهد داشت.

جدول ۸. تعیین حداقل نرخ بازده انتظاری اوراق بهادار فاجعه‌آمیز از دید سرمایه‌گذار

| ارزش اسمی                | ۱۰۰۰  |       |        |
|--------------------------|-------|-------|--------|
|                          | ۱     | ۲     | ۳      |
| سال                      |       |       |        |
| جریان نقدی               | ۲۹۳/۲ | ۲۹۳/۲ | ۱۱۵۶/۲ |
| نرخ بازده انتظاری (درصد) | ۲۹/۳۲ |       |        |
| بازده جایگزین (درصد)     | ۲۰/۷۸ |       |        |
| ریسک (درصد)              | ۱۹/۸۳ |       |        |

مأخذ: نتایج تحقیق.

### ۵. نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات

در مورد نرخ سود مناسب برای این اوراق از یک روش جدید به نام نظریه مقدار کرانی استفاده شده است. در واقع در این مقاله به این موضوع پرداخته شده که اگر صنعت بیمه کشور در مورد خسارت‌های ناشی از حوادث فاجعه‌آمیز به انتشار اوراق بهادار فاجعه‌آمیز پردازد این اوراق با چه نرخ بازده انتظاری می‌توانند انتشار یابند، بنابراین با استفاده از توزیع اولیه تخمین زده شده ۱۰/۰۰۰ سناریو تصادفی شده و از معیار ارزش در معرض ریسک (VaR) برای اندازه‌گیری ریسک مربوط به اوراق بهادار فاجعه‌آمیز استفاده شده است. این معیار با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی و به‌طور خاص با استفاده از رویکرد فراتر از آستانه (POT) تعیین گردیده است. مقدار آستانه  $u$  در این رویکرد با استفاده از تقریب توانی نرمال (NP) برابر با ۰/۹۶۴ تعیین گردیده است. در ادامه، با استفاده از تخمین حداکثر درستی‌مایی و شبیه‌سازی بوت استرپ با ۲/۰۰۰ نمونه‌گیری مجدد به تخمین پارامترهای توزیع پارتو تعمیم‌یافته در بالای آستانه  $u$  پرداخته شده است. سپس، مقدار VaR فراتر از آستانه با استفاده از رابطه (۶) برابر با ۱/۱۶۲۳ تعیین شده است. ریسک اوراق قرضه فاجعه‌آمیز به‌صورت تفاوت میان VaR فراتر از آستانه و  $u$  تعیین گردیده است.

سرانجام، با توجه به اینکه جذابیت این سرمایه‌گذاری برای خریداران مستلزم داشتن صرف ریسک بالاتر از صفر می‌باشد حداقل نرخ بازده انتظاری مناسب برای سرمایه‌گذاران با استفاده از نرخ بازگشت (شاخص IRR) و بازده بدون ریسک موردنظر به‌دست آمده است. برای تعیین نرخ تنزیل جانشین سه شاخص بورس، املاک و مستغلات و طلا مورد بررسی قرار گرفته و نرخ بازده شاخص طلا که دارای بیشترین نسبت شارپ است انتخاب گردیده است. معیار ارزش در معرض ریسک هر یک از این شاخص‌ها به‌جای انحراف معیار در نسبت شارپ بکار گرفته شده که این معیار از روش GARCH

چندمتغیره به دست آمده است. به طور خلاصه، حداقل نرخ بازده این اوراق می‌بایست ۲۹/۳۲ درصد باشد تا برای سرمایه‌گذاران چنین اوراقی با سررسید سه ساله و ارزش اسمی ۱/۰۰۰ واحد پولی جذابیت داشته باشد.

در نهایت پیشنهاد می‌گردد که نظریه مقدار کرانی برای تعیین ریسک حوزه‌های پرخطر مانند نفت و انرژی، بازار بورس و غیره مورد استفاده قرار گیرد. به ویژه این رویکرد می‌تواند جهت تعیین ریسک پرتفوی و حداقل‌سازی این ریسک بکار رود. موارد زیر جهت مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد:

- استفاده از روش‌های مختلف برای تخمین VaR و مقایسه با روش EVT
- تخمین ریسک پرتفوی و حداقل‌سازی آن با استفاده از روش EVT
- استفاده از EVT جهت محاسبه کفایت سرمایه و بهینه‌سازی پرتفوی بانک‌ها و بیمه‌ها
- استفاده از توزیع‌های پارتو تعمیم‌یافته چندمتغیره

## منابع

- پیروی، علی (۱۳۹۰)، تعیین سبد دارایی با تمرکز بر روابط بین بازارهای بورس، طلا، ارز، املاک و مستغلات، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.
- پیکارجو، کامبیز و هانیه داودی رستمی (۱۳۸۸)، "توجیه انتشار اوراق بهادار فاجعه‌آمیز بر اساس داده‌های شبیه‌سازی شده خسارت‌های زلزله احتمالی تهران"، فصلنامه صنعت بیمه، سال ۲۴، شماره‌های ۱ و ۲، بهار و تابستان.
- پیکارجو، کامبیز و بهنام شهریار (۱۳۸۵)، "محاسبه نرخ بهره بهینه اوراق قرضه حوادث فاجعه‌آمیز در شرکت بیمه ملت"، بیمه ملت.
- رادپور، میثم و حسین عبده تبریزی (۱۳۸۸)، اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار، انتشارات آگاه، چاپ اول.
- گرگانی فیروزجاه، مصطفی (۱۳۹۰)، امکان‌سنجی انتشار اوراق بهادار فاجعه‌آمیز در ایران، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.

Alexandros, A. Z., Nikolaos, E. F. & A. P. Athanasios (2007), "Modeling Earthquake Risk Via Extreme Value Theory and Pricing the Respective Catastrophe Bonds", *Astin Bulletin*, Vol. 37, PP. 163-184.

Barrieu, P. & L. Albertini (2009), "The Handbook of Insurance-Linked Securities", A John Wiley and Sons Publication.

Bauwens, L., Laurent, S. & V. K. Rombouts (2006), "Multivariate GARCH Models: A Survey", *Applied Econometrics*, John Wiley & Sons, Inc, PP. 79-109.

- Brooks, C.** (2008), *Introductory Econometrics for Finance*, 2<sup>nd</sup> ed, Cambridge University Press, USA.
- Brooks, C., Clare, A. D., Dalle Molle, J. W. & G. Persaud** (2005), "A Comparison of Extreme Value Theory Approaches for Determining Value at Risk", *Journal of Empirical Finance*, PP. 339-352.
- Chen, H. & J. D. Cummins** (2010), "Longevity Bond Premiums: The Extreme Value Approach and Risk Cubic Pricing", *Journal of Insurance: Mathematics and Economics*, PP. 150-161.
- Cifter, A.** (2011), "Value-at-Risk Estimation with Wavelet-Based Extreme Value Theory: Evidence from Emerging Markets", *Journal of Physical A*, PP. 2356-2367.
- Cummins, J. D. & O. Mahul** (2009), "Catastrophe Risk Financing in Developing Countries", The World Bank, Washington, D.C.
- Embrechts, P. Kuppelberg, C. & T. Mikosch** (1997), "Modeling Extremely Events for Insurance and Finance", Springer-Verlag.
- Fernandez, V.** (2005), "Risk Management under Extreme Events", *International Review of Financial Analysis*, PP. 113-148.
- Gencay, R., Selcuk, F. & A. Ugluyagci** (2003), "High Volatility, Thick Tails and Extreme Value Theory in Value-at-Risk Estimation", *Journal of Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 33, PP. 337-356.
- Gilli, M. & E. Kellezi** (2003), "An Application of Extreme Value Theory for Measuring Risk", Department of Econometrics, University of Geneva and FAME.
- Hull, J. C.** (2002), *Fundamentals of Futures and Options Markets*, The GARCH (1,1) Model as a Risk Predictor for International Portfolio, Prentice Hall, Fourth Edition.
- Jorion, P.** (2000), *Value at Risk*, Mc Graw- Hill, PP. 147-182, 205-220.
- Marimoutou, V., Raggad, B. & A. Trabelsi** (2009), "Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to Oil Market", *Journal of Energy Economics*, Vol. 31, PP. 519-530.
- Naess, A. & P. H. Clausen** (2001), "Combination of the Peaks-Over-Threshold and Bootstrapping Methods for Extreme Value Prediction", *Journal of Structural Safety*, Vol. 23, PP. 315-330.
- Reiss, R. D. & M. Thomas** (2007), "Statistical Analysis of Extreme Values with Application to Insurance, Finance, Hydrology and other Fields", Birkhauser Verlag, Basel, Switzerland.
- Resti, A. & A. Sironi** (2007), "Risk Management and Shareholder's Value in Banking: from Risk Measurement Models to Capital Allocation Policies", John Wiley & Sons.
- Sandström, A.** (2006), *Solvency: Models, Assessment and Regulation*, Chapman & Hall, New York.

## پیوست

جدول ۱. وقفه‌های مدل GARCH(p,q)-BEKK

| وقفه p | وقفه q | معیار آکائیک  | معیار شوارتز  |
|--------|--------|---------------|---------------|
| ۱      | ۱      | $-12/45337^*$ | $-12/08085^*$ |
| ۱      | ۲      | $-12/41850$   | $-11/97149$   |
| ۲      | ۱      | $-12/39944$   | $-11/95242$   |
| ۲      | ۲      | $-12/35406$   | $-11/83253$   |

مأخذ: نتایج تحقیق.

جدول ۲. پیش‌بینی آخرین دوره واریانس-کوواریانس شرطی

| ماتریس واریانس-کوواریانس شرطی | بورس اوراق بهادار      | طلا                    | املاک و مستغلات                 |
|-------------------------------|------------------------|------------------------|---------------------------------|
| بورس اوراق بهادار             | $0/002522$             | $0/000228$             | $-7/04 \times 10^{-5}$          |
| طلا                           | $0/000228$             | $0/001439$             | $-3/72 \times 10^{-5}$          |
| املاک و مستغلات               | $-7/04 \times 10^{-5}$ | $-3/72 \times 10^{-5}$ | $10 \times 9/24 \times 10^{-5}$ |

مأخذ: نتایج تحقیق.

جدول ۳. میزان نسبی رویداد زمین‌لرزه در ایران بر حسب شدت وقوع (پایگاه داده‌های علوم زمین)

| بزرگای امواج سطحی | میزان نسبی رویداد زمین‌لرزه | تعداد |
|-------------------|-----------------------------|-------|
| MS<4              | 7/5٪                        | ۱۲۱   |
| MS>4, MS<5        | 41/8٪                       | ۶۷۲   |
| MS>5, MS<6        | 37٪                         | ۵۹۴   |
| MS>6, MS<7        | 11/8٪                       | ۱۸۹   |
| MS>7              | 1/9٪                        | ۳۰    |

مأخذ: نتایج تحقیق.

