

## پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک روزانه شاخص بورس تهران با رویکرد گارچ تحقق یافته

حمید کردبچه

گروه اقتصاد، دانشکده علوم اجتماعی و اقتصاد، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران (نویسنده مسئول)

h.kordbacheh@alzahra.ac.ir

محمد امین زابل

گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و علوم اداری، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

m.zabol@yahoo.com

اسماعیل ابونوری

گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و علوم اداری، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

esmaiel.abounoori@semnan.ac.ir

ارزش در معرض ریسک به عنوان سنجه‌ای از ریسک همواره مورد توجه فعالین و پژوهشگران در حوزه مدیریت ریسک و بازار سرمایه بوده است. این اهمیت همواره پژوهشگران را در جهت افزایش دقت مدل‌های پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک سوق داده است. در رویکردهای پارامتریک ارزش در معرض ریسک، از مدل‌های گارچ برای برآورد واریانس شرطی استفاده می‌شود که در آخرین تحولات در این رابطه، هانسن با استفاده از مبادلات پرتاوب درون‌روزی، مدل گارچ تحقق یافته را ارائه نمود. با توجه به نوسانات شدید اخیر بورس تهران در معاملات درون‌روزی، استفاده از گارچ تحقق یافته برای محاسبه ارزش در معرض ریسک می‌تواند دقت پیش‌بینی را افزایش دهد. در این مقاله با ترکیب توزیع‌های نرمال، تی-استیودنت و توزیع تعمیم یافته خطا با روش‌های گارچ مرسوم و روش جدید گارچ تحقق یافته، ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران را با استفاده از روش نمونه‌گیری پنجره غلطان پیش-بینی نموده و سپس مقادیر پیش‌بینی شده را با استفاده از یک روش دو مرحله‌ای پس‌آزمایی، ارزیابی نموده و دقت مدل‌ها را با هم مقایسه می‌نماییم. نتایج بدست آمده حاکی از آن است که استفاده از روش جدید گارچ تحقق یافته در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران چه در سطح ۵٪ و چه در سطح ۱٪ منجر به دقت بالاتر برآورد می‌شود.

طبقه‌بندی JEL: C52, C53, C58, G32

واژگان کلیدی: مدل‌های گارچ، مدل گارچ تحقق یافته، بورس اوراق بهادار تهران، ارزش در معرض ریسک.

## ۱. مقدمه

شاخص بورس تهران در فاصله ۵ فروردین ۱۳۹۹ تا ۲۱ مرداد همان سال رکورد رشد بی سابقه ۳۰۶ درصد را تنها در طی کمتر از ۵ ماه به ثبت رساند. در این دوره شاخص به دلیل بالا رفتن انتظارات تورمی از آینده اقتصادی و با عمومی شدن سرمایه‌گذاری و بازده بالای دریافتی سهام در این مدت توانست از ۵۰۸ هزار واحد به رقم بالغ بر ۲ میلیون و ۶۵ هزار واحد برسد. در آن زمان شاید کمتر سرمایه‌گذار تازه واردی به این حوزه وزن معقولی به محاسبه و مدیریت ریسک بازار سهام تخصیص داده بود. بعد از سقف تاریخی از ۲۰ مرداد ۱۳۹۹ تا ۱۸ بهمن همان سال شاخص کل ۴۵٪ کاهش یافت. این کاهش بیش از پیش نقش مدیریت ریسک و برآورد آن را برای سرمایه‌گذاران پررنگ می‌نماید.

بنابراین سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی همواره به دنبال محاسبه ریسک سرمایه‌گذاری در این بازارها به بهترین و دقیق‌ترین روش می‌باشند. یکی از سنج‌های محاسبه ریسک، ارزش در معرض ریسک<sup>۱</sup> می‌باشد. ارزش در معرض ریسک یک سنج اندازه‌گیری ریسک است که طبق تعریف بیانگر حداکثر مقدار زیان در یک دوره مشخص با سطح اطمینان معین است. از مزیت‌های این سنج آن است که ریسک را با میزان پولی اندازه‌گیری می‌نماید. به عنوان مثال، در مقایسه با واریانس این تفاوت کاملاً آشکار است به نحوی که سرمایه‌گذار ممکن است هیچگونه درکی از رابطه بین واریانس دارایی با مقدار پولی زیان نداشته باشد. اما معیار ارزش در معرض ریسک به راحتی بیان می‌دارد که مثلاً در ۹۹٪ از مواقع در دوره آتی شما متحمل زبانی بیشتر از  $x$  ریال نخواهید شد.

از زمان معرفی ارزش در معرض ریسک، مدل‌های متفاوتی برای برآورد آن معرفی شده است. این مدل‌ها عموماً به سه دسته پارامتریک، نیمه پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم‌بندی می‌شوند. در روش پارامتریک شرطی، فرض یک توزیع برای بازده دارایی مورد بررسی ضروری می‌باشد. همچنین در این روش‌ها نیاز به برآورد واریانس شرطی بوده که در اکثر موارد از مدل‌های گارچ

---

1. Value at Risk

برآورد می‌شود. مدل‌های گارچ نیز از زمان معرفی توسط انگل (۱۹۸۲)<sup>۱</sup> پیشرفت‌های زیادی داشته است. در یکی از جدیدترین مطالعات هانسن و همکاران (۲۰۱۲)<sup>۲</sup> مدل گارچ تحقق یافته را توسعه دادند که این مدل به دلیل استفاده از داده‌های پرتاب‌تر درون دوره‌ای، از دقت بالاتری در پیش‌بینی واریانس شرطی برخوردار می‌باشد؛ اما آیا این بهبود در دقت پیش‌بینی در واریانس شرطی می‌تواند منجر به بهبود دقت پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شود؟ برای پاسخ به این سؤال باید عملکرد این مدل در چارچوب ارزش در معرض ریسک مورد بررسی قرار گیرد. پر واضح است که هر تغییر یا هر مدلی که بتواند منجر به برآورد و پیش‌بینی دقیق‌تر ریسک گردد، برای سرمایه‌گذار مطلوب بوده و می‌تواند هزینه‌های ناشی از برآورد نا دقیق ریسک را به حداقل برساند. به همین منظور، برای بررسی و ارزیابی ارزش در معرض ریسک پارامتریک از ترکیب توزیع‌ها و روش‌های مختلف واریانس ناهمسانی استفاده می‌نمایند. در این مقاله نیز ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران با استفاده از ۱۵ روش پارامتریک مختلف با ترکیبی از مدل‌های GARCH، EGARCH، gjrGARCH، apARCH، realGARCH و سه توزیع نرمال، تی-استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته<sup>۳</sup> برآورد و مقایسه شده است.

در واقع سؤال این است که برای شاخص بورس تهران می‌بایست از کدام یک از ۱۵ روش مذکور استفاده شود. عموماً روش‌های ارزیابی مدل‌های ارزش در معرض ریسک، پس‌آزمایی، در دو مرحله به این سؤال پاسخ می‌دهد. در مرحله اول کفایت هر مدل سنجیده می‌شود؛ یعنی عملکرد مدل در قیاس با خود ارزیابی می‌شود که آزمون پوشش شرطی از متداول‌ترین آزمون‌ها در این مرحله می‌باشد. مدل‌هایی که در مرحله اول از کفایت لازم برخوردار نمی‌باشد از مقایسه کنار گذاشته شده و سایر مدل‌ها در مرحله دوم توسط یک تابع زیان با هم مقایسه می‌شوند. در واقع در مرحله دوم دقت برآزش ارزش در معرض ریسک مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنا به تعریف تابع زیان، واضح است مدلی که دارای کمترین نمره زیان باشد، به عنوان مدل برتر و دقیق‌ترین مدل در بین مدل‌های مورد استفاده شناخته می‌شود.

---

1. Engle

2. Hansen, Huang, & Shek

3. Generalized Error Distribution.

در شرایط فعلی که بورس تهران با تلاطم‌های شدید همراه بوده و حتی طی روز بیش از پیش روند معاملات با تغییر همراه می‌شود، استفاده از معیارهای تلاطم درون روزی برای برآورد دقیق‌تر واریانس شرطی و در نهایت ارزش در معرض ریسک امری مهم تلقی می‌شود. با توجه به اینکه در مطالعات صورت پذیرفته مدل گارچ تحقق یافته دارای دقت و عملکرد بالاتری در برآورد واریانس شرطی می‌باشد، در این تحقیق به دنبال محاسبه روش‌های ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل گارچ تحقق یافته و مقایسه آن با سایر روش‌های مبتنی بر مدل‌های گارچ مرسوم می‌باشیم. شایان ذکر است تا کنون در هیچ مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه دقت مدل‌های ارزش در معرض ریسک مبتنی بر گارچ تحقق یافته برای بورس تهران پرداخته نشده است. بنابراین نتایج می‌تواند مدل دقیق‌تری برای محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران ارائه نماید.

در ادامه در بخش دوم ابتدا به مرور ادبیات نظری در این حوزه پرداخته و سپس مطالعات تجربی مرور می‌شود. در بخش سوم روش تحقیق را مورد بررسی قرار داده و در بخش چهارم نیز با مرور روند مطالعه حاضر، به برآورد ارزش در معرض ریسک پرداخته و نتایج پس‌آزمایی در دو مرحله مورد بحث قرار می‌گیرد. در بخش انتهایی نیز به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری از این مطالعه پرداخته می‌شود.

## ۲. مروری بر ادبیات پژوهش

در این بخش روش محاسبه ارزش در معرض ریسک به کار برده شده در این مقاله شرح داده شده است. بدین منظور متغیرهای هم‌توزیع نایسته  $r_1, \dots, r_n$  را به عنوان بازده دارایی در نظر می‌گیریم و  $F(r) = Pr(r_t < r | \Omega_{t-1})$  را توزیع تجمعی شرطی  $r$  با اطلاعات موجود در زمان  $t-1$  معرفی می‌کنیم. فرض کنید  $\{r_t\}$  فرآیند تصادفی به شکل زیر دنبال کند.

$$r_t = \mu + \sigma_t \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} (0,1) \quad (1)$$

که در آن  $\sigma_t = \sqrt{E(\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1})}$  و  $\varepsilon_t$  دارای توزیع شرطی به فرم  $J(\varepsilon) = Pr(\varepsilon_t < \varepsilon | \Omega_{t-1})$  می‌باشد.  $\text{VaR}_\alpha$  را که تعریفی از کوانتیل  $\alpha$  توزیع احتمال بازده دارایی است را به صورت زیر نمایش می‌دهند.

$$F(VaR_\alpha) = Pr(x_t < VaR_\alpha) = \alpha \quad \text{یا} \quad VaR_\alpha = \inf\{v | P(x_t < v) = \alpha\} \quad (۲)$$

حال دو راه برای محاسبه ارزش در معرض ریسک وجود دارد. اول اینکه تابع توزیع بازده دارایی یعنی  $F(x)$  را معکوس کرد، که روش‌های شبیه‌سازی تاریخی، شبیه‌سازی مونت کارلو و نظریه ارزش فرین بر این روش تمرکز می‌کنند. روش دوم اینکه تابع توزیع  $J(\varepsilon)$  را معکوس کنیم که روش‌های پارامتری بر این روش تمرکز دارند. در این مقاله ما صرفاً بر روی روش دوم متمرکز می‌شویم. رابطه (۳) چگونگی محاسبه ارزش در معرض ریسک را به وسیله این روش نشان می‌دهد.

$$VaR_\alpha^t = F^{-1}(\alpha) = \mu + \sigma_t J^{-1}(\alpha) \quad (۳)$$

بنابراین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در روش‌های پارامتریک نیاز به تخمینی از  $\sigma_t$  داریم که می‌توان از مدل‌های GARCH آن را محاسبه کرد. همچنین روش‌های پارامتریک یک فرض اولیه راجع به توزیع  $\varepsilon$  می‌کند که معمولاً توزیع نرمال، تی و توزیع خطای تعمیم یافته مورد استفاده قرار می‌گیرد. با جایگذاری توزیع مربوطه به جای  $J(\alpha)$  و همچنین  $\sigma_t$  در رابطه (۳)، VaR مربوطه محاسبه خواهد شد.

در توضیح چگونگی توسعه مدل‌های گارچ باید گفت انگل (۱۹۸۲) نوع خاصی از واریانس ناهمسانی را معرفی می‌نماید که در آن واریانس جزء اخلاص تابعی از توان دوم جزء اخلاص می‌باشد. معرفی این نوع واریانس ناهمسانی، ابزار بسیار مهمی در اختیار اقتصاددانان و به‌خصوص محققان در حوزه اقتصادسنجی مالی برای سنجش و برآورد واریانس شرطی یک سری به روش پارامتریک گذاشت. برای توضیح، رابطه (۴) برای بازده دارایی در نظر گیرید.

$$r_t = \mu_0 + \varepsilon_t \quad (۴)$$

که در آن  $\varepsilon_t$  یک متغیر هم‌توزیع ناپسته و دارای میانگین صفر می‌باشد. در این صورت ممکن است واریانس شرطی  $\varepsilon_t$  در طول زمان متغیر بوده و تابعی از شوک‌های دوره قبل باشد. این مدل ابتدا

توسط انگل<sup>۱</sup> (۱۹۸۲) ارائه شد. دلیل ارائه چنین مدلی این بود که با اینکه مشاهده می‌شود  $\varepsilon_t$ ها از هم مستقل می‌باشند اما توان دوم آن‌ها با یکدیگر رابطه دارند. انگل رابطه (۵) را برای واریانس شرطی  $\varepsilon_t$  پیشنهاد داد که برای  $p$  وقفه مدل زیر ARCH(p) شناخته می‌شود.

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + a_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (۵)$$

در مطالعات تجربی مشاهده شده است که مرتبه ARCH بزرگ می‌باشد که منجر به ازدیاد تعداد پارامترهای تخمین می‌شود در نتیجه بولرسلو<sup>۲</sup> (۱۹۸۶) برای رفع این مشکل مدل زیر را پیشنهاد داد.

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{t-j}^2 \quad (۶)$$

که در آن  $a_i$  و  $b_j$  برای حصول اطمینان از اینکه واریانس مثبت باشد، مثبت فرض می‌شوند. این مدل به‌عنوان مدل ARCH تعمیم‌یافته یعنی GARCH(p, q) شناخته می‌شود که اگر  $q$  برابر با صفر باشد، این مدل همان ARCH(p) خواهد شد. بر اساس مدل GARCH(1,1) واریانس شرطی  $\varepsilon_t$  یعنی  $\sigma_t^2$  با توان دوم جزء اخلاص در دوره قبل و واریانس دوره قبل رابطه دارد.

از آنجا که در مدل GARCH،  $\varepsilon_t$ ها با توان دوم در معادله ظاهر می‌شوند، علامت این شوک‌ها تأثیری روی واریانس شرطی ندارد. این در حالی است که مشاهده شده شوک‌های منفی و یا اخبار بد، واریانس را بیشتر از شوک‌های خوب یا اخبار خوب افزایش می‌دهد. همچنین بدین منظور نلسون<sup>۳</sup> (۱۹۹۱) مدل گارچ نمایی یا همان EGARCH را معرفی نمود که به‌صورت رابطه (۷) می‌باشد.

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \frac{|\varepsilon_{t-i}| + \gamma_i \varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^q b_j h_{t-j} \quad (۷)$$

$$h_t = \ln \sigma_t^2$$

در این مدل وقتی  $\varepsilon_t$  مثبت است اثر کل شوک به‌اندازه  $\varepsilon_t(1 + \gamma_t)$  می‌باشد و اگر اخبار بد وجود داشته باشد اثر کل شوک به‌اندازه قدر مطلق  $\varepsilon_t(1 - \gamma_t)$  خواهد بود. اگر قرار باشد اخبار بد دارای

- 
1. Engle
  2. Bollerslev
  3. Nelson

واریانس بالاتری باشند انتظار داریم  $\gamma$  عدد منفی باشد. این مدل جدای از اینکه اثرات اخبار خوب و بد را در واریانس متفاوت در نظر می‌گیرد، این مزیت را نسبت به مدل GARCH دارا می‌باشد که بدون هیچ قیدی برای ضرایب، واریانس همواره مثبت خواهد بود.

راه دیگری برای در نظر گرفتن اثر اخبار خوب و بد روی واریانس استفاده از متغیر مجازی به شکل رابطه زیر می‌باشد.

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{t-j}^2 \quad (8)$$

در رابطه (۸)  $S_{t-i}$  یک متغیر مجازی بوده که اگر  $\varepsilon_{t-i}$  مثبت باشد برابر با صفر و اگر منفی باشد برابر با یک خواهد بود. در این صورت اثر یک شوک مثبت برابر  $a_i \varepsilon_{t-i}^2$  و اثر یک شوک منفی برابر  $(a_i + \gamma_i) \varepsilon_{t-i}^2$  که با فرض تأثیر بیشتر اخبار بد روی واریانس، انتظار می‌رود  $\gamma_i$  مثبت باشد. این مدل که توسط گلوستن، جگاناتان و رانکل (۱۹۹۳)<sup>۱</sup> ارائه شد به مدل GJR شناخته می‌شود. دینگ و همکاران (۱۹۹۳)<sup>۲</sup> نیز مدل apGARCH را به صورت رابطه (۹) معرفی نمودند. در این مدل چنانچه  $\delta = 2$  و  $\gamma = 0$  باشد، مدل به مدل گارچ تبدیل می‌شود.

$$\sigma_t^\delta = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (9)$$

یکی از جدیدترین مدل‌های معرفی شده گارچ، مدل گارچ تحقق یافته هانسن و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۱۲) می‌باشد که با وارد نمودن معادله سوم به یک مدل GARCH که در آن معادله سعی در مدل‌سازی تلاطم تحقق یافته به صورت همزمان و درون‌زا دارد و همچنین واریانس شرطی را تابعی از تلاطم تحقق یافته در نظر می‌گیرد. مدل معرفی شده توسط ایشان به فرم خطی به صورت رابطه زیر می‌باشد.

$$r_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad (10)$$

$$h_t = \omega + \beta h_{t-1} + \gamma x_{t-1} \quad (11)$$

1. Glosten, Jagannathan & Runkle
2. Ding, Granger & Engle
3. Hansen, Huang, & Shek

$$x_t = \xi + \varphi h_t + \tau(\varepsilon_t) + u_t \quad (12)$$

که در آن بازده دارایی،  $x_t$  تلاطم تحقق‌یافته،  $h_t$  واریانس شرطی،  $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0,1)$ ،  $u_t \sim \text{iid}(0, \sigma_u^2)$  و  $T(\cdot)$  نیز تابع اهرم<sup>۱</sup> بوده که نحوه تأثیرپذیری تلاطم را از شوک بیان می‌کند. وجه تمایز مدل گارچ تحقق‌یافته و مدل گارچ در معادله سوم یعنی رابطه (۱۲) می‌باشد. این معادله به معادله سنجش<sup>۲</sup> نیز معروف است چرا که سنجح تحقق‌یافته مشاهده شده را به تلاطم پنهان مرتبط می‌سازد. تلاطم تحقق‌یافته در این چارچوب از معاملات با فرکانس بالاتر به دست می‌آید. به‌عنوان مثال زمانی که مدل گارچ را به‌صورت روزانه برآورد می‌نماییم، تلاطم تحقق‌یافته از داده‌های معاملات روزانه به دست می‌آید.

معیار  $RK^3$  معرفی شده توسط برناندوف و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۸) به عنوان معیاری استوار جهت برآورد تلاطم تحقق‌یافته به صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$RK_t = \sum_{h=-H}^H k\left(\frac{h}{H+1}\right) \gamma_h \quad (13)$$

$$\gamma_h = \sum_{j=|h|+1}^n r_{t,j} r_{t,j-|h|} \quad (14)$$

در رابطه فوق  $H$  پهنای باند بوده که با استفاده از پروسه معرفی شده برناندوف و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۰۹) برآورد می‌شود. همچنین  $k(x)$  نمایانگر یک تابع وزن کرنل است که در این مقاله از تابع کرنل پارزن<sup>۶</sup> که شرط مثبت بودن و هموار بودن را تضمین میکند (برناندوف و همکاران<sup>۷</sup>، ۲۰۱۱)، استفاده نموده‌ایم. تابع مذکور به صورت رابطه (۱۵) تعریف شده است.

- 
1. Leverage Function
  2. Measurement Equation
  3. Realized Kernel
  4. Barndorff-Nielsen, Hansen, Lunde, & Shephard
  5. Barndorff-Nielsen, Hansen, Lunde, & Shephard
  6. Parzen Kernel
  7. Barndorff-Nielsen, Hansen, Lunde, & Shephard

$$k(x) = \begin{cases} 1 - 6x^2 - 6x^3, & 0 \leq x < 1/2 \\ 2(1-x)^3, & 1/2 \leq x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases} \quad (15)$$

تصریح مدل رابطه (۱۰) تا (۱۲) که به مدل realGARCH معروف شده است، مورد استقبال پژوهشگران قرار گرفته و در سال‌های اخیر بر این مبنا مطالعاتی صورت گرفته است. تیان و هاموری<sup>۱</sup> (۲۰۱۵) با استفاده از این روش و روش‌های GARCH سنتی نوسانات نرخ بهره در بازار یورو-ین را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج پژوهش آنان حاکی از آن بود که مدل realGARCH در پیش‌بینی واریانس شرطی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های گارچ سنتی دارد.

شارما<sup>۲</sup> (۲۰۱۶) توانایی پیش‌بینی مدل realGARCH را برای ۱۶ شاخص بین‌المللی سهام طی دوره‌ای ۱۴ ساله بررسی نمود. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که انتخاب معیار تصمیم برای عملکرد مدل‌ها، در نتایج تأثیرگذار است به‌نحوی که با هر معیار، مدل متفاوتی به‌عنوان مدل برتر انتخاب می‌شود.

وی و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۱۷) مدل گارچ تحقق یافته را با تغییر در تابع اهرم در معادله تلاطم تحقق یافته توسعه دادند. تجزیه تحلیل ایشان برای بورس شانگهای با استفاده از داده‌های پرتاب نشان داد این تغییر می‌تواند منجر به بهبود دقت مدل در بورس شانگهای شود.

یانگ و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۱۸) به منظور مدل‌سازی تلاطم روزانه شاخص S&P500 از مدل گارچ تحقق یافته با شاخص‌های مختلف از تلاطم تحقق یافته استفاده نموده است. نتایج حاکی از آن است که اولاً مدل گارچ تحقق یافته عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های گارچ مرسوم داشته و دوم آنکه استفاده از شاخص‌های ریسک تحقق یافته عمومی در مدل گارچ تحقق یافته باعث بهبود در عملکرد پیش‌بینی داخلی و خارجی از نمونه دارد.

- 
1. Shuairu Tian, Shigeyuki Hamori
  2. Prateek Sharma and Vipul
  3. Wei et al
  4. Jiang et al

ابونوری و زابل (۲۰۲۰) با استفاده از داده‌های معاملات درون روزی اونس طلا، به مقایسه عملکرد مدل گارچ تحقق با مدل‌های گارچ مرسوم از دو منظر برآزش داخل نمونه‌ای و دقت برآورد واریانس شرطی خارج نمونه‌ای پرداختند. نتایج حاکی از آن بود که استفاده از روش جدید گارچ تحقق یافته منجر به بهبود پیش‌بینی واریانس شرطی اونس طلا می‌شود.

از مطالعاتی که به بررسی بهبود پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل گارچ تحقق یافته پرداخته‌اند میتوان به مطالعه پاول و شارما (۲۰۱۷) اشاره نموده. در این مطالعه دقت پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شاخص سهام‌های بین‌المللی با استفاده از مدل‌های پارامتریک مقایسه شده که نتایج حاکی از آن است که مدل EVT-realGARCH که مبتنی بر واریانس شرطی مدل گارچ تحقق یافته است بهترین عملکرد را در این شاخص‌ها دارد.

با توجه به اهمیت محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران برای فعالین بازار سرمایه، بسیاری از مطالعات داخلی نیز به محاسبه و ارزیابی ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران پرداخته‌اند. رستمی نوروزآباد و همکاران (۱۳۹۴) ارزش در معرض ریسک را با استفاده از نظریه موجک برآورد نموده و به این نتیجه رسیدند این روش کارایی بهتری در برآورد ارزش در معرض ریسک دارد.

سارنج و همکاران (۱۳۹۵) با محاسبه ارزش در معرض ریسک در بورس تهران و مقایسه آن با روش ارزش فرین، به این نتیجه دست یافتند که روش‌های مبتنی بر ارزش فرین عملکرد بالاتری در محاسبه ارزش در معرض ریسک دارد. طیبی ثانی و آشتیانی (۱۳۹۷) با محاسبه ارزش در معرض ریسک به روش‌های مختلف به این نتیجه رسیدند که مدل‌های نامتقارن عملکرد بهتری در برآورد ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران دارد.

طیبی و همکاران (۲۰۱۹) ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران را با استفاده از نظریه ارزش فرین و مدل‌های گارچ مرسوم پیش‌بینی و مقایسه نموده که نتایج نشان داد استفاده از توزیع نرمال برای مدل‌سازی ریسک شاخص بورس تهران مناسب نمی‌باشد.

عاطفی و رشیدی رنجبر (۱۳۹۸) با استفاده از مدل‌های مختلف به برآورد و مقایسه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران پرداخته که نتایج حاکی از آن است که روش EVT-cipra بهترین عملکرد را برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران دارد.

ویسی زاده و همکاران (۱۴۰۰)، با ارائه یک مدل جدید «مبتنی بر تبدیل موجک» برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در بورس اوراق بهادار تهران و مقایسه آن با سایر روش‌ها از جمله مدل‌های شبیه سازی تاریخی خانواده ARMA-GARCH، شبیه سازی تاریخی فیلتر شده در بازه زمانی حدود ۱۱ ساله شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران پرداخته است. نتایج حاکی از دقت بالاتر مدل ارزش در معرض ریسک شبیه سازی تاریخی فیلتر شده مبتنی بر تبدیل موجک در تمامی افق‌های زمانی و سطوح اطمینان مختلف نسبت به سایر مدل‌ها می‌باشد.

مهرانی و همکاران (۱۴۰۰) در مطالعه‌ای به مقایسه برآورد ارزش در معرض ریسک (VAR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از توزیع فریسه (FD) و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) پرداختند. نتایج نشان داد طبق خروجی آماره تابع زیان دوم لویز، توزیع پارتو تعمیم یافته در برآورد VaR بازده شاخص کل و بازده شاخص ۵۰ شرکت برتر بهتر از توزیع فریسه عمل نمود، اما برای شاخص آزاد شناور، توزیع فریسه عملکرد بهتری دارد.

امیری و همکاران (۱۴۰۰)، در مطالعه‌ای ارزش در معرض ریسک، با استفاده از مدل‌های GARCH، APARCH و GJR با توزیع‌های نرمال، تی استیودنت، تی استیودنت چوله و لوی شامل توزیع معکوس گاوسی نرمال (NIG) و توزیع هذلولی تعمیم یافته (GHyp) برای شاخص کل و شاخص صنایع شیمیایی بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی ۱۳۹۲/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۸/۱۲/۲۸ برآورد و مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج تحقیق نشان داد که مدل گارچ با توزیع لوی و مدل GJR با توزیع لوی و Skewed-t در بین سایر مدل‌ها از دقت بیشتری برخوردار است.

ندیری و همکاران (۱۴۰۱)، در پژوهشی از مدل MCARViaR و مدل کاپولای ترکیبی نوع کلاپتون و  $t$  برای برآورد VaR و از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به منظور تخمین پارامتر وابستگی، با نمونه‌ای شامل ده شرکت بزرگ و فعال بورس تهران و دوره زمانی پژوهش از فروردین سال ۱۳۹۸ تا اسفند سال ۱۳۹۸ به محاسبه و مقایسه ارزش در معرض ریسک پرداخته‌اند. نتایج

حاصل از آزمون پس‌آزمایی کوپیک تأییدکننده عملکرد بهتر مدل کاپیولای ترکیبی نسبت به مدل MCAViaR است.

بابایی و رضایی (۱۴۰۱)، با استفاده از از کاپیولاهای نرمال (خانواده بیضوی)، گامبل، فرانک، کلایتون، جو (خانواده ارشمیدسی)، گالامبوس، هاستلر-ریس و مقدار حدی تی استیودنت (خانواده مقادیر حدی) به برآورد ارزش در معرض رسک شاخص بورس تهران پرداختند. نتایج حاکی از آن است که مدل کاپیولای کلایتون بهترین عملکرد را برای برآورد ارزش در معرض ریسک شاخص تهران دارد.

با این حال در هیچکدام از مطالعات انجام شده، روش گارچ تحقق یافته برای محاسبه ارزش در معرض ریسک برای شاخص بورس تهران استفاده نشده است. با توجه به شرایط فعلی بورس تهران و نوسان بیش از حد شاخص حتی در بازه معاملات در طی یک روز، استفاده از معیارهای تلاطم که بتواند نوسانات درون روزی را نیز در مدل‌سازی لحاظ نماید، ممکن است بتواند دقت برآورد و پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک را افزایش دهد. ابونوری و زابل (۱۳۹۷) نشان دادند دقت روش گارچ تحقق یافته در برآورد واریانس شرطی از سایر روش‌های مرسوم گارچ بیشتر است، بنابراین انتظار می‌رود استفاده از گارچ تحقق یافته نیز منجر به افزایش دقت برآورد ارزش در معرض ریسک شود.

### ۳. روش تحقیق

#### ۳-۱. چارچوب محاسبه ارزش در معرض ریسک

این بخش به شرح چگونگی برآورد ارزش در معرض ریسک در مقاله حاضر پرداخته می‌شود. در مدل‌های گارچ یک معادله میانگین وجود دارد که این معادله در این مقاله به صورت معادله زیر همانند رابطه (۴) در نظر گرفته می‌شود.

$$r_t = \mu_0 + \varepsilon_t \quad (16)$$

که در آن  $r_t$  بازده روزانه دارایی مالی است. این تصریح مدل موجب می‌شود که فرض نماییم بازده مقداری ثابت، به همراه شوک مربوط به آن روز می‌باشد. همچنین برای برآورد مدل‌های گارچ سنتی معادلات (۶) تا (۹) را با یک وقفه در شوک و واریانس شرطی به صورت مدل‌های زیر برآورد می‌نماییم.<sup>۱</sup>

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b_1 \sigma_{t-1}^2 \quad \text{GARCH}(1,1)$$

$$h_t = a_0 + a_1 \frac{|\varepsilon_{t-1}| + \gamma \varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + b_1 h_{t-1}, \quad h_t = \ln \sigma_t^2 \quad \text{EGARCH}(1,1)$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + b_1 \sigma_{t-1}^2 \quad \text{GJR-GARCH}(1,1)$$

$$\sigma_t^\delta = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{t-j}^\delta \quad \text{apGARCH}(1,1)$$

برای برآورد مدل گارچ تحقق‌یافته از فرم لگاریتمی آن استفاده می‌نماییم که معادلات واریانس درون روزی و واریانس شرطی شرح داده شده در معادلات (۱۰) تا (۱۲) به نحو ذیل تصریح می‌گردد.

$$h_t = \omega + \beta h_{t-1} + \eta x_{t-1}, \quad h_t = \ln \sigma_t^2$$

$$x_t = \xi + \phi h_t + \tau(\varepsilon_t) + u_t \quad \text{realGARCH}$$

$$\tau(\varepsilon_t) = \lambda_1 \varepsilon_t + \lambda_2 (\varepsilon_t^2 - 1)$$

۱. ممکن است این سوال در ذهن خواننده محترم مقاله پدید آید که چرا وقفه‌های مدل گارچ ثابت در نظر گرفته شده‌اند. در پاسخ می‌بایست گفت انتخاب طول وقفه‌ها با استفاده از کل داده‌های موجود صحیح نمی‌باشد. چرا که هدف از انجام پژوهش برآورد قدرت پیش‌بینی کنندگی مدل است و در واقع با توجه به طول پنجره چندین نمونه و پیش‌بینی (بالغ بر ۱۷۰۰ زیرمجموعه در این مقاله) وجود دارد که الزاماً هر کدام از این زیرمجموعه‌ها از تعداد مقادیر بهینه کل دوره تبعیت نمی‌کنند. در این مقاله ما رایج‌ترین تعداد وقفه را برای معرفی مدل‌های گارچ (همانند مطالعات معتبر معرفی شده در بخش مطالعات تجربی) در نظر گرفته‌ایم.

که در آن  $x_t$  لگاریتم واریانس تحقق یافته رابطه (۱۳) و همچنین  $h_t$  فرم لگاریتمی واریانس شرطی دوره  $t$  می‌باشد.

حال آنکه با استفاده از رابطه (۳) و در نظر گرفتن سه توزیع نرمال، تی-استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته و ترکیب آن با روش‌های گارچ مذکور ارزش در معرض ریسک به روش پارامتریک برآورد شده است. از آنجا که توزیع بازده دارایی‌های مالی معمولاً دم-پهن است، استفاده از دو توزیع تی-استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته در کنار توزیع نرمال کمک گرفته شده است.

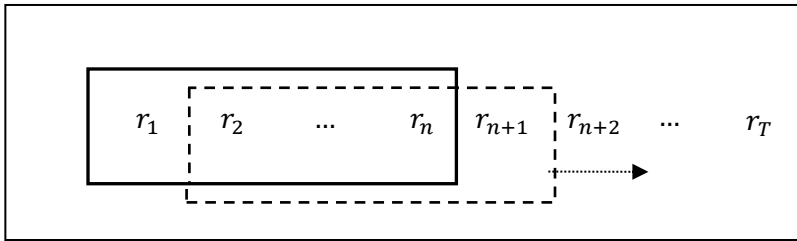
## ۲-۳. چارچوب پس آزمایی و ارزیابی مدل‌ها

در بخش قبل ضمن معرفی ارزش در معرض ریسک به توضیح چگونگی محاسبه آن پرداخته شد. اما این روش‌ها با چه دقتی ارزش در معرض ریسک را پیش‌بینی می‌کنند و کدام یک از روش‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک برای سنجش ریسک دارایی یا سبد مورد نظر باید مورد استفاده قرار گیرد. در واقع دو سؤال در انتخاب مدل ارزش در معرض ریسک مطرح است. اول اینکه آیا هر مدل به تنهایی از دقت بالایی برخوردار بوده و قابل اتکا می‌باشد؟ دوم اینکه کدام مدل می‌تواند بهترین عملکرد را در مقابل سایر مدل‌ها داشته باشد. برای پاسخ به این سؤال روش پس آزمایی در دو مرحله صورت می‌پذیرد که در مرحله اول عملکرد هر مدل به تنهایی مورد بررسی قرار می‌گیرد و در مرحله دوم دقت برآورد ارزش در معرض ریسک مدل‌های با عملکرد قابل قبول، توسط یک تابع زیان با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

به منظور پس آزمایی از تکنیک پنجره‌های غلتان<sup>۱</sup> در پس آزمایی استفاده می‌شود. در پس آزمایی ما زیر مجموعه‌ای از اولین بازده دارایی‌ها با تعداد عناصر مشخص  $n$ ، که تعداد عناصر آن را طول پنجره<sup>۲</sup> نامیده را انتخاب کرده و با آن ارزش در معرض ریسک را برای روز بعد محاسبه می‌کنیم. این ارزش در معرض ریسک محاسبه شده، با اولین بازده بعدی خارج از مجموعه‌ای که ارزش در معرض ریسک با آن بدست آمده مقایسه می‌شود. پس از آن نمونه را یک دوره به جلو

1. Rolling Windows
2. Windows Size

می‌بریم به طوری که طول پنجره ثابت باشد یعنی اولین مشاهده را کنار گذاشته و مشاهده بعدی را به آن اضافه می‌کنیم و ضمن محاسبه ارزش در معرض ریسک با مجموعه جدید، آن را با بازده بعدی مقایسه می‌نماییم و این کار را تا پایان کل مشاهدات ادامه می‌دهیم. این فرایند تا جایی تکرار می‌شود که به زیرمجموعه‌ای با  $n$  مشاهده آخر برسیم. در شکل (۱) چگونگی انتخاب داده‌های برآورد را توسط پنجره غلتان قابل مشاهده است.



شکل ۱. چگونگی انتخاب داده‌های برآورد توسط پنجره غلتان

از اولین روش‌هایی که در مرحله اول بتوان ارزش در معرض ریسک را مورد آزمون قرار داد این است که به تعداد خطاهایی که روش محاسبه ارزش در معرض ریسک مرتکب شده، توجه داشت. مثلاً اگر بازده در دوره بعد یعنی  $r_{t+1}$  کمتر از  $VaR_t$  باشد گفته می‌شود یک تخطی رخ داده‌است. شاخص تخطی را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود.

$$I_{t+1} = \begin{cases} 1 & \text{if } r_{t+1} < VaR_{t+1} \\ 0 & \text{if } r_{t+1} > VaR_{t+1} \end{cases} \quad (17)$$

با فرض استقلال  $VaR$ ‌های محاسبه شده در هر دوره، مجموع تخطی‌ها به یک توزیع دو جمله‌ای  $B(T, \alpha)$  می‌گراید که  $T$  تعداد نمونه است. یک  $VaR$  با دقت باید پوشش غیرشرطی  $\hat{\alpha} = \sum I_{t+1}/T$  را برابر  $\alpha$  تولید کند (کوپیک، ۱۹۹۵).

بنابراین فرضیه صفر در آزمون پوشش غیرشرطی برابر  $\alpha = \alpha_0$  و آماره نسبت راست‌نمایی<sup>۲</sup> که یک توزیع مجانبی کای‌دو با درجه آزادی یک دارد، به صورت زیر است:

1. Unconditional Coverage
2. Likelihood ratio statistic

$$LR_{uc} = 2[\ln(\hat{\alpha}^{T_1}(1-\hat{\alpha})^{T-T_1}) - \ln(\alpha^{T_1}(1-\alpha)^{T-T_1})] \quad (18)$$

در رابطه بالا  $T_1$  تعداد تخطی‌های رخ داده شده می‌باشد.

کریستوفرسن<sup>۱</sup> (۱۹۹۸) با تعمیم آزمون پوشش غیرشرطی، آزمون پوشش شرطی<sup>۲</sup> را ارائه داد. در واقع این آزمون ترکیبی از دو آزمون پوشش غیرشرطی و آزمون استقلال تخطی است. اهمیت آزمون استقلال به این دلیل است که روش محاسبه ارزش در معرض ریسکی را که دارای تخطی‌های متوالی بیش از اندازه‌ای است رد می‌نماید. در واقع اگر ارزش در معرض ریسک مورد استفاده نتواند اثرات یک تخطی را در تخطی روز بعد لحاظ کند، که منجر به تخطی غیر قابل انتظار پی در پی می‌شود، می‌تواند ریسک ورشکستگی را به دنبال داشته باشد. آماره آزمون استقلال معرفی شده به صورت رابطه (۱۹) می‌باشد.

$$LR_{ind} = -2\ln\left(\frac{(1-\pi)^{n_{00}+n_{10}}\pi^{n_{01}+n_{11}}}{(1-\pi_0)^{n_{00}}\pi_0^{n_{01}}(1-\pi_1)^{n_{10}}\pi_1^{n_{11}}}\right)$$

$$\pi = (n_{01} + n_{11})/T \quad (19)$$

$$\pi_1 = n_{11}/(n_{10} + n_{11})$$

$$\pi_0 = n_{01}/(n_{00} + n_{01})$$

در رابطه بالا  $n_{ij}$  تعداد موقعیت‌های ز در شاخص تخطی است که بلافاصله بعد از موقعیت  $i$  ظاهر می‌شود. به عنوان مثال  $n_{11}$  تعداد تخطی‌هایی در شاخص تخطی است که بلافاصله بعد از یک تخطی دیگر اتفاق افتاده است. این آماره نیز دارای توزیع کای دو با درجه آزادی یک می‌باشد. بدین ترتیب کریستوفرسن آزمون پوشش شرطی که دارای توزیع کای دو با درجه آزادی دو می‌باشد را به صورت رابطه (۲۰) تعریف می‌کند.

$$LR_{cc} = LR_{ind} + LR_{uc} \quad (20)$$

- 
1. Christoffersen
  2. Conditional Coverage

روش‌هایی که مرحله اول یعنی آزمون پوشش شرطی را پشت سر می‌گذارند به مرحله دوم می‌رسند. در مرحله اول آزمون‌هایی داشتیم که صرفاً تعداد تخطی در آن مهم بود و بزرگی تخطی‌ها در انتخاب ورود مدل به مرحله دوم اثری نداشت. لذا تابع زیانی که بتواند بزرگی تخطی‌ها را در برگیرد را به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$lf_{t+1} = \begin{cases} [r_{t+1} - VaR_t]^2 & \text{if } r_{t+1} < VaR_{t+1} \\ 0 & \text{if } r_{t+1} > VaR_{t+1} \end{cases} \quad (21)$$

تابع زیان بالا بزرگی تخطی‌ها را با توان دو جریمه می‌کند. معیار رجحان یک روش، کمتر بودن

$$\sum_{t=1}^T lf_t / T$$

متوسط زیان آن است. متوسط زیان را نیز به این صورت تعریف می‌کنیم:

#### ۴. برآورد و مقایسه مدل‌ها

در این پژوهش، برای محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از ۱۵ روش پارامتریک مختلف با ترکیبی از مدل‌های GARCH، EGARCH، gjrGARCH، apARCH، realGARCH و سه توزیع نرمال، تی-استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته، از داده‌های درون-روزی شاخص بورس تهران در فاصله زمانی آبان سال ۱۳۸۸ تا بهمن ۱۳۹۷ استفاده شد. در جدول (۱) آمار توصیفی بازده روزانه شاخص بورس تهران به تصویر کشیده شده است.

جدول ۱. آمار توصیفی شاخص بورس تهران و بازده روزانه آن

| متغیر      | کمینه  | صدک پنجم | میانه  | میانگین | صدک نود و پنجم | بیشینه | انحراف معیار | کشیدگی | چولگی  |
|------------|--------|----------|--------|---------|----------------|--------|--------------|--------|--------|
| بازده شاخص | -۰/۰۵۸ | -۰/۰۱    | ۰/۰۰۰۵ | ۰/۰۰۱۳  | ۰/۰۱۴۲         | ۰/۰۵۴۰ | ۰/۰۰۷۵       | ۸/۱۳۸  | ۰/۳۶۸۱ |

مأخذ: یافته‌های پژوهش

برای نامگذاری مدل‌های برآورد شده، ابتدا نام توزیع مفروض برای بازده دارایی و سپس با یک خط فاصله، نام مدل گارچ استفاده شده برای محاسبه ارزش در معرض ریسک آورده شده است. به عنوان مثال منظور از Normal-EGARCH روشی است که توزیع نرمال را برای توزیع دارایی فرض کرده و از واریانس شرطی به دست آمده از روش EGARCH برای محاسبه ارزش در معرض

ریسک استفاده کرده‌ایم. همچنین ارزش در معرض ریسک در دو سطح ۱٪ و ۵٪ محاسبه شده است. شایان ذکر است که این سطح، مربوط به تعریف ارزش در معرض ریسک بوده و نمی‌بایست با سطح معناداری آزمون‌های پس‌آزمایی به اشتباه برداشت شود. شایان ذکر است مقادیر بحرانی آزمون پوشش غیر شرطی و استقلال در سطح معناداری ۵٪ عدد ۳۸۴ و مقدار بحرانی آزمون پوشش شرطی در سطح معناداری ۵٪ عدد ۵۹۹ می‌باشد.

در جدول‌های (۲) و (۳) به ترتیب آزمون‌های مربوط به پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران در سطح ۵٪ و ۱٪ شاخص بورس تهران به نمایش درآمده است. در ستون اول این جدول‌ها اسم روش، ستون دوم درصد تخطی، ستون سوم مقادیر مربوط به آزمون پوشش غیر شرطی، ستون چهارم ارزش احتمال آزمون پوشش غیر شرطی، ستون پنجم آماره آزمون استقلال، ستون ششم ارزش احتمال آزمون استقلال، ستون هفتم آماره آزمون پوشش شرطی، ستون هشتم ارزش احتمال آزمون پوشش شرطی، ستون نهم مجموع مجدورات اندازه تخطی‌ها و ستون دهم رتبه‌بندی بر اساس پایین‌ترین مجموع مجدورات تخطی‌ها با حذف روش‌هایی که در آزمون پوشش شرطی رد شده‌اند به نمایش درآمده است.

جدول ۲. نتایج پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران در سطح ۵٪

|        | MODEL     | Violation Rate | $LR_{uc}$ | p-uc  | $LR_{ind}$ | p-in  | $LR_{cc}$ | p-cc  | Lf    | Rank |
|--------|-----------|----------------|-----------|-------|------------|-------|-----------|-------|-------|------|
| NORMAL | GARCH     | 3.83%          | 4.407     | 0.036 | 1.559      | 0.212 | 5.966     | 0.051 | 48.79 | 3    |
|        | gjrGARCH  | 4.75%          | 0.186     | 0.666 | 8.184      | 0.004 | 8.370     | 0.015 | 56.49 | -    |
|        | EGARCH    | 4.75%          | 0.186     | 0.666 | 8.184      | 0.004 | 8.370     | 0.015 | 57.20 | -    |
|        | apARCH    | 5.60%          | 1.040     | 0.308 | 12.961     | 0.000 | 14.001    | 0.001 | 332.0 | -    |
|        | realGARCH | 3.83%          | 4.407     | 0.036 | 1.559      | 0.212 | 5.966     | 0.051 | 48.72 | 1    |
| T      | GARCH     | 5.32%          | 0.296     | 0.586 | 0.991      | 0.319 | 1.288     | 0.525 | 56.80 | 10   |
|        | gjrGARCH  | 5.46%          | 0.613     | 0.434 | 8.902      | 0.003 | 9.515     | 0.009 | 60.48 | -    |
|        | EGARCH    | 5.25%          | 0.180     | 0.671 | 3.830      | 0.050 | 4.010     | 0.135 | 53.86 | 9    |
|        | apARCH    | 5.74%          | 1.574     | 0.210 | 3.693      | 0.055 | 5.267     | 0.072 | 52.98 | 8    |
|        | realGARCH | 5.18%          | 0.092     | 0.761 | 1.249      | 0.264 | 1.342     | 0.511 | 51.46 | 7    |
| GED    | GARCH     | 4.04%          | 2.904     | 0.088 | 1.127      | 0.288 | 4.030     | 0.133 | 50.90 | 5    |
|        | gjrGARCH  | 4.96%          | 0.004     | 0.951 | 9.436      | 0.002 | 9.440     | 0.009 | 54.76 | -    |
|        | EGARCH    | 4.47%          | 0.870     | 0.351 | 0.487      | 0.485 | 1.357     | 0.507 | 51.42 | 6    |
|        | apARCH    | 4.96%          | 0.004     | 0.951 | 1.699      | 0.192 | 1.703     | 0.427 | 49.83 | 4    |
|        | realGARCH | 4.47%          | 0.870     | 0.351 | 1.536      | 0.215 | 2.406     | 0.300 | 48.74 | 2    |

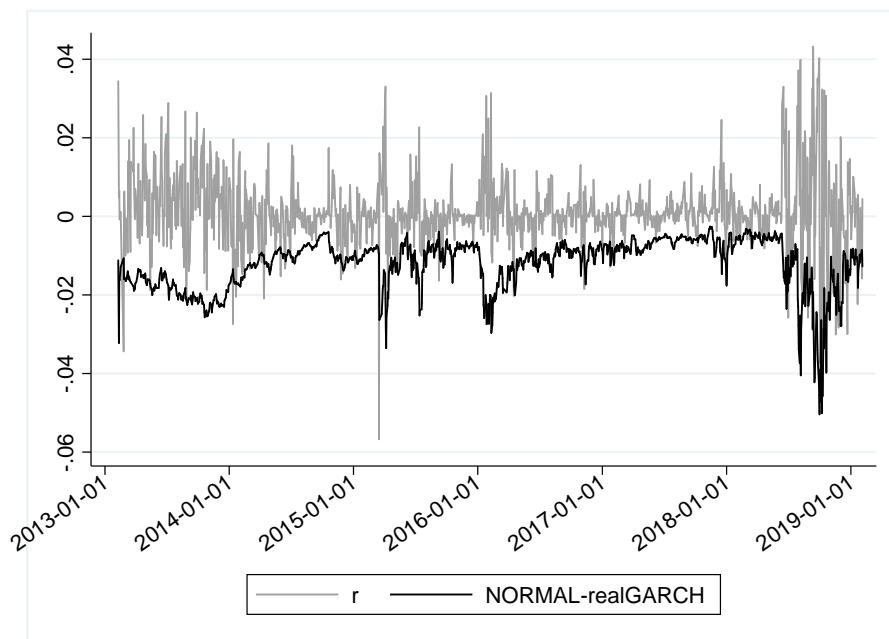
مأخذ: یافته‌های پژوهش

جدول ۳. نتایج پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران در سطح ۱٪

|        | MODEL     | Violation Rate | $LR_{uc}$ | p-uc  | $LR_{ind}$ | p-in  | $LR_{cc}$ | p-cc  | Lf    | rank |
|--------|-----------|----------------|-----------|-------|------------|-------|-----------|-------|-------|------|
| NORMAL | GARCH     | 1.35%          | 1.551     | 0.213 | 0.000      | 1.000 | 1.551     | 0.460 | 31.01 | 12   |
|        | gjrGARCH  | 1.84%          | 8.122     | 0.004 | 2.856      | 0.091 | 10.978    | 0.004 | 35.07 | -    |
|        | EGARCH    | 1.99%          | 10.757    | 0.001 | 0.300      | 0.584 | 11.056    | 0.004 | 32.94 | -    |
|        | apARCH    | 2.84%          | 32.100    | 0.000 | 4.784      | 0.029 | 36.884    | 0.000 | 312.5 | -    |
|        | realGARCH | 1.70%          | 5.801     | 0.016 | 0.000      | 1.000 | 5.801     | 0.055 | 28.63 | 9    |
| T      | GARCH     | 1.21%          | 0.565     | 0.452 | 0.000      | 1.000 | 0.565     | 0.754 | 30.24 | 10   |
|        | gjrGARCH  | 1.28%          | 1.002     | 0.317 | 0.000      | 1.000 | 1.002     | 0.606 | 30.91 | 11   |
|        | EGARCH    | 0.99%          | 0.001     | 0.979 | 0.000      | 1.000 | 0.001     | 1.000 | 28.20 | 7    |
|        | apARCH    | 1.21%          | 0.565     | 0.452 | 0.000      | 1.000 | 0.565     | 0.754 | 25.05 | 4    |
|        | realGARCH | 0.85%          | 0.333     | 0.564 | 0.000      | 1.000 | 0.333     | 0.847 | 21.01 | 2    |
| GED    | GARCH     | 0.99%          | 0.001     | 0.979 | 0.000      | 1.000 | 0.001     | 1.000 | 27.85 | 6    |
|        | gjrGARCH  | 1.06%          | 0.057     | 0.812 | 0.000      | 1.000 | 0.057     | 0.972 | 28.30 | 8    |
|        | EGARCH    | 1.06%          | 0.057     | 0.812 | 0.000      | 1.000 | 0.057     | 0.972 | 26.81 | 5    |
|        | apARCH    | 0.99%          | 0.001     | 0.979 | 0.000      | 1.000 | 0.001     | 1.000 | 24.70 | 3    |
|        | realGARCH | 0.71%          | 1.340     | 0.247 | 0.000      | 1.000 | 1.340     | 0.512 | 20.56 | 1    |

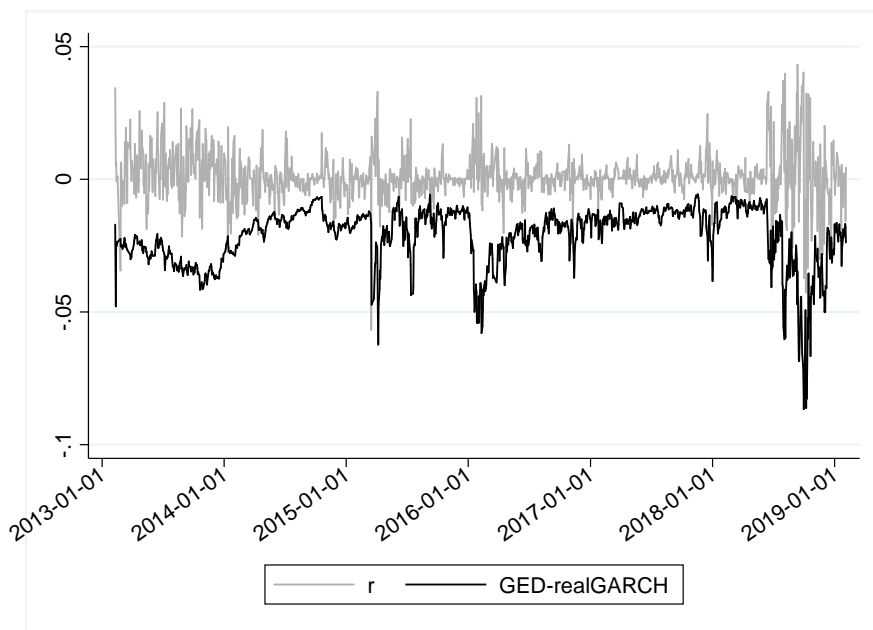
مأخذ: یافته‌های پژوهش

همان‌گونه که از جدول (۲) قابل مشاهده است، اکثر روش‌ها برای محاسبه ارزش در معرض ریسک ۵٪ شاخص بورس تهران، آزمون پوشش غیر شرطی را با موفقیت رد کرده‌اند. همچنین تنها پنج مدل از آزمون پوشش شرطی در مرحله اول نتوانستند وارد مرحله دوم شوند. در مرحله دوم که به رتبه بندی ۱۰ مدل باقی مانده پرداخته شده است، دقیق‌ترین مدل، مدل NORMAL-realGARCH و با فاصله کمی رتبه دوم در اختیار مدل GED-realGARCH می‌باشد. نکته قابل تامل این است که وجه مشترک این دو مدل استفاده از روش realGARCH برای برآورد واریانس شرطی می‌باشد. با توجه به اینکه روش realGARCH از اطلاعات بیشتری در مقایسه با سایر روش‌های مرسوم گارچ بهره می‌گیرد، این نتیجه منطبق بر انتظار می‌باشد. در نمودار (۱) بازده بورس تهران به همراه ارزش در معرض ریسک ۵٪ به روش NORMAL-realGARCH قابل مشاهده است.



نمودار (۱): بازده بورس تهران به همراه ارزش در معرض ریسک ۵٪ به روش NORMAL-realGARCH

در مورد پس آزمایی ارزش در معرض ریسک ۱٪ با توجه به جدول (۳) مشخص است که روش‌های مبتنی بر توزیع نرمال دارای درصد تخطی بالایی هستند. این نتیجه برای سطح ۱٪ کاملاً مورد انتظار است چرا که دم توزیع بازده دارایی‌های مالی معمولاً پهن‌تر از توزیع نرمال می‌باشد. در سطح ۱٪ تنها سه مدل که دارای توزیع نرمال بوده نتوانستند از مرحله اول عبور نمایند. در مرحله دوم نیز بهترین مدل به ترتیب مدل GED-realGARCH و T-realGARCH بوده که با اختلاف بسیاری نسبت به سایر مدل‌ها در رتبه اول و دوم قرار می‌گیرند. بازم به مانند ارزش در معرض ریسک ۵٪، نوسان شرطی دو مدل دقیق‌تر، به روش گارچ تحقق یافته برآورد شده است. در نمودار (۲) بازده بورس تهران به همراه ارزش در معرض ریسک ۱٪ به روش GED-realGARCH قابل مشاهده است.



نمودار ۲. بازده بورس تهران به همراه ارزش در معرض ریسک ۱٪ به روش GED-realGARCH

نتایج بدست آمده تا حدودی مورد انتظار بوده چراکه مدل جدید realGARCH در مواقع افزایش نااطمینانی به دلیل لحاظ نمودن تلاطم درون روزی می‌تواند سریع‌تر واکنش دهد. رتبه‌های ضعیف مدل‌های مبتنی بر توزیع نرمال در سطح ۱٪ کاملاً مورد انتظار بوده و این به دلیل پهن بودن دم توزیع بازده شاخص بورس تهران می‌باشد. در نهایت می‌توان گفت برای مدل سازی ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران استفاده از مدل realGARCH برای مدلسازی واریانس شرطی چه در سطح ۵٪ و چه در سطح ۱٪ عملکرد بالاتری نسبت به سایر روش‌ها داشته و همچنین بهتر است برای محاسبه ارزش در معرض ریسک ۱٪ از توزیع نرمال استفاده نشود. با این حال به طور مشخص، دقیق‌ترین مدل در برآورد ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران در سطح ۵٪ و ۱٪ به ترتیب دو مدل NORMAL-realGARCH و GED-realGARCH می‌باشد.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله ارزش در معرض ریسک ۵٪ و ۱٪ شاخص بورس تهران با استفاده از داده‌های درون‌روزی شاخص بورس تهران در فاصله زمانی آبان سال ۱۳۸۸ تا بهمن ۱۳۹۷ با استفاده از ۱۵ روش پارامتریک مختلف با ترکیبی از مدل‌های GARCH، EGARCH، gjrGARCH، apARCH، realGARCH و سه توزیع نرمال، تی-استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته محاسبه شد. پس از محاسبه ارزش در معرض ریسک، پس آزمایی در یک پروسه دو مرحله‌ای انجام شد که در مرحله اول با استفاده از آزمون پوشش شرطی، مدل‌هایی که در مجموع دو شرط استقلال و درصد تخطی متناسب را نقض می‌کردند کنار گذاشته شده و در مرحله دوم مدل‌های باقی مانده توسط یک تابع زیان با هم مقایسه شدند. نتایج نشان داد که دقیق‌ترین مدل‌ها برای محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران در سطح ۵٪ به ترتیب دو مدل NORMAL-realGARCH و GED-realGARCH و همچنین در سطح ۱٪ به ترتیب دو مدل GED-realGARCH و T-realGARCH می‌باشد.

نتایج به دست آمده حاکی از آن است که برآورد واریانس شرطی از روش realGARCH در هر صورت بهترین و دقیقترین عملکرد را در میان سایر روش‌های برآورد واریانس شرطی در محاسبه ارزش در معرض ریسک پارامتریک دارد. دلیل آن نیز می‌تواند وجود اطلاعات اضافه تلاطم درون‌روزی در مدلسازی باشد که موجب می‌شود این مدل سریع‌تر به افزایش نااطمینانی پاسخ دهد. همچنین به دلیل پهن بودن دم توزیع بازده شاخص بورس تهران، استفاده از روش‌های مبتنی بر توزیع نرمال برای محاسبه ارزش در معرض ریسک ۱٪ مناسب نمی‌باشد.

حال سؤال این است که دقیق‌ترین روش برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در بورس تهران کدام است و سرمایه‌گذار از کدام روش می‌تواند جهت برآورد هرچه دقیق‌تر ارزش در معرض ریسک استفاده نماید. این سؤال بسته به سطح برآورد ارزش در معرض ریسک دارد. برای محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس تهران در سطح ۵٪ و ۱٪ به ترتیب دو مدل NORMAL-realGARCH و GED-realGARCH را به کار گیرند چرا که این دو مدل نه تنها از کفایت لازم برای

استفاده به عنوان ابزار سنجه ریسک برخوردار هستند، بلکه از سایر روش‌های محاسبه شده بر برآورد ارزش در معرض ریسک دقیق‌تر عمل می‌نمایند.

## منابع

- رستمی نوروزآباد، مجتبی؛ شجاعی، عبدالناصر؛ خضری، محسن و سامان رحمانی نوروزآباد (۱۳۹۴). «تخمین ارزش در معرض ریسک بازده بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از آنالیز موجک». فصلنامه تحقیقات مالی. ۱۷(۱). صص ۵۹-۸۲.
- زابل، محمد امین (۱۳۹۷). «ارزیابی عملکرد مدل‌های گارچ با معرفی گارچ تحقق یافته نامتقارن فازی»، رساله دکتری دانشکده اقتصاد، مدیریت و دانشگاه سمنان.
- سارنج، علیرضا و مرضیه نوراحمدی (۱۳۹۵). «تخمین ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES) با استفاده از رویکرد ارزش فرین شرطی در بورس اوراق بهادار تهران». فصلنامه تحقیقات مالی. ۱۸(۳). صص ۴۶۰-۴۳۷.
- طیبه ثانی، احسان و مدیحه چنگی آشتیانی (۱۳۹۷). لحاظ نمودن اثرات حافظه بلندمدت در پیش-بینی تلاطم و ارزش در معرض خطر. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۳۴(۱). صص ۱۲۱-۱۴۲.
- عاطفی، احسان و میثم رشیدی رنجیر (۱۳۹۸). «برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از رویکرد ترکیبی EVT-CIPRA در بورس اوراق بهادار تهران»، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۰(۳۸)، صص ۳۹۴-۳۷۵.

Abounoori E. and M.A. Zabol (2020). "Modeling Gold Volatility: Realized GARCH Approach". *Iranian Economic Review*, 24(1), pp.299-311.

Barndorff-Nielsen O.E., Hansen P.R., Lunde A. and N. Shephard (2011). "Subsampling realised kernels". *Journal of Econometrics*, 160(1), pp. 204-219.

Barndorff-Nielsen O.E., Hansen P.R., Lunde A. and N. Shephard (2008). "Designing realized kernels to measure the ex post variation of equity prices in the presence of noise". *Econometrica*, 76(6), pp. 1481-1536.

Barndorff-Nielsen O.E., Hansen P.R., Lunde A. and N. Shephard (2009). Realized kernels in practice: Trades and quotes.

Bollerslev T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, 31(3), pp. 307-327.

Christoffersen P.F. (1998). "Evaluating interval forecasts". *International economic review*, pp. 841-862.

- Ding Z., Granger C.W. and R.F. Engle** (1993). "A long memory property of stock market returns and a new model". *Journal of empirical finance*, 1(1), pp. 83-106.
- Engle, R. F.** (1982). "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation". *Econometrica*, 50 (4), pp. 987-1007.
- Glosten L. R., Jagannathan R. and D.E. Runkle** (1993). "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks". *Journal of Finance*, 48 (5), pp. 1779-1801.
- Hansen P.R., Huang Z. and H.H. Shek** (2012). "Realized GARCH: a joint model for returns and realized measures of volatility". *Journal of Applied Econometrics*, 27(6), pp.877-906.
- Jiang W., Ruan Q., Li J. and Y. Li** (2018). "Modeling returns volatility: Realized GARCH incorporating realized risk measure". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 500, pp. 249-258.
- Kupiec P.** (1995). "Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models". *The J. of Derivatives*, 3(2).
- Nelson D.B.** (1991). "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach". *Econometrica*, 59 (2), pp. 347-370.
- Paul S. and P. Sharma** (2017). "Improved VaR forecasts using extreme value theory with the Realized GARCH model". *Studies in Economics and Finance*.
- Sharma P.** (2016). "Forecasting stock market volatility using Realized GARCH model: International evidence". *The Quarterly Review of Economics and Finance*, No. 59, pp. 222-230.
- Tabasi H., Yousefi V., Tamošaitienė J. and F. Ghasemi** (2019). "Estimating Conditional Value at Risk in the Tehran Stock Exchange Based on the Extreme Value Theory Using GARCH Models". *Administrative Sciences*, 9(2), 40.
- Tian S. and S. Hamori** (2015). "Modeling interest rate volatility: A Realized GARCH approach". *Journal of Banking and Finance*, No. 61, pp. 158-171.
- WEI, Z. Y., LUO, Y. F., YU, D. Y., & WANG, A. F.** (2017). "Measure of Risk for SSE 50 Index Based on Realized NGARCH Model". *Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science)*, No. 5, 030.